Taschenbuch

für

Bauingenieure

und

gebildete Baumeister

enthaltend

die einfachsten Berechnungen der bei dem Bauwesen Anwendung findenden Linien, Flächen und Körper, dann die Hauptlehren aus der Mechanik und Statik fester und flüßiger Körper mit Anwendung auf die zweckmäßigste Ausführung von Land- und Wasserbauten jeder Art, nebst verschiedenen Resultaten von Versuchen und Erfahrungen im Gebiete der Baukunst: ferner

ein

Preisverzeichniß zur Anfertigung verläßiger Kostenanschläge für Straßen- Brücken- und Wasserbauten, sowie auch für Hochgebäude,

verfaßt

von

C. Panzer,

königlich bayerischen Regierungs- und Kreisbaurathe.

Zwei Bändchen mit 4 Kupfertafeln.

München, 1835.

Jos. Lindauer'sche Buchhandlung.

(C. T. Fr. Sauer.)

45. D.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Vorrede.

Das von mir im Jahre 1829 herausgegebene Preisverzeichniß zur Herstellung verläßiger Kostenanschläge für Straßen- Brücken- und Wasserbauten, so wie auch für Hochgebäude hat sich so schnell vergriffen, daß ich mich dadurch zu einer zweiten Auflage aufgefordert fand. Bei der ersten hatte ich bloß die Absicht, ein Preisverzeichniß für das Bauwesen in meinem Wirkungskreise zu liefern, bei der zweiten wollte ich aber die Nützlichkeit dieses Buches erhöhen und das Nöthigste aus der Geometrie, Stereometrie, der Statik fester und

flüßiger Körper und aus der Mechanik so wie auch einige Erfahrungen über die Festigkeit verschiedener Baumaterialien und anderes Nützliches voranschicken, um dem Ingenieur die Hervorrufung des von ihm für sein Fach Erlernten, zum Theil aber wieder aus seinem Gedächtniße verwischten, durch eine gedrängte Zusammenstellung zu erleichtern. Dieses bildet den ersten Theil meines Taschenbuchs. Ich muß aber bemerken, daß ich ein Lehrbuch nicht schreiben wollte, daher man auch umständliche Beweise für die angegebenen Formeln nicht fordern wird, denn bei allen, die ihre Wissenschaft durch ein geregeltes Studium erlangt haben, konnte ich voraussetzen, daß sie nöthigenfalls die Beweise zu finden wissen werden, und bei denen, die schon mit den Ergebnissen gründlicher Berechnungen zufrieden sind, muß ich auf unbedingtes Vertrauen Anspruch machen. Ich versichere dagegen, daß ich nicht nur allein auf die Früchte meiner 25jährigen Amtspraxis baute, sondern daß auch meine An-

gaben eine Vergleichung mit den Lehrsätzen der bekanntesten besten Schriften aushalten.

Besonders dürfte jenen Baumeistern, die ihre Ausbildung nicht auf dem wissenschaftlichen Wege erlangt haben, und sich bloß an die Erfahrung halten und bewährte Muster nachahmen müssen, dieses Taschenbuch nützlich werden, da sie in demselben Anhaltspunkte und Berechnungen finden, die ihren praktischen Annahmen zur Kontrole dienen können.

Der zweite Theil enthält das vermehrte und verbesserte Baupreisverzeichniß, dem ich, eine Vergleichung der Maße, Gewichte und Münzen von verschiedenen Ländern und das Nöthigste über die vortheilhafteste Anwendung der Kräfte von Menschen und Thieren voranschickte, was bei Verfassung von Kostenanschlägen von großer Wichtigkeit ist.

Ich hoffe bei dieser Zusammenstellung manchem Bauingenieur ein bequemes Hülfsbuch zu liefern, verwahre mich aber im Voraus gegen den Tadel

der Unvollständigkeit, indem ein Taschenbuch keine Encyklopädie der ganzen Wissenschaft aufnehmen kann, was auch durchaus nicht in meinem Plane lag.

Der Verfasser.

Inhalt.

I. Kapitel.

Beschreibung verschiedener Linien, welche bei dem Bauwesen eine vorzügliche Anwendung finden.

§.		Seite.
1.	Gerade Linie	1
2.	Kreis	1
3.	Ellipse	2
4.	Parabel	3
5.	Hyperbel	4
6.	Radlinie (Cycloide)	5
7.	Kettenlinie	5
8.	Spirallinie	6
9.	Schneckenlinie	6

II. Kapitel.

Von der Flächenberechnung.

10.	Parallelogramm	7
11.	Dreyeck	7
12.	Trapez	7
13.	Trapezoid	7
14.	Vieleck	8
15.	Kreis	8

§.		Seite.
16.	Ellipse	8
17.	Parabel	9
18.	Oberfläche geradkantiger Körper	9
19.	Mantel eines Cylinders	9
20.	Oberfläche der Walzenschnitte	10
21.	„ „ Pyramiden	11
22.	„ „ Kegel	11
23.	„ einer abgestutzten Pyramide	11
24.	„ der Kugel	11
25.	Verhältnisse der Kugelfläche zur Zone, Kugelabschnitt, Cylinder, Kegel	12
26.	Oberfläche eines elliptischen oder parabolischen Sphäroids	12
27.	Oberfläche eines Ringes	13
28.	„ „ sphärischen Trichters	14

III. Capitel.

Von der Körper-Berechnung.

29.	Parallelepipedum senkrechtes	14
30.	„ schiefes	14
31.	schiefabgestutzter Cylinder	15
32.	schiefabgeschnittenes dreiseitiges Prisma	15
33.	schief abgestutztes mehrseitiges Prisma	15
34.	hohler Cylinder, Tonnengewölb	15
35.	ungleich dickes Gewölbe	16
36.	Kreutzgewölb geschloßenes	16
37.	„ „ offenes	16
38.	Walzenabschnitte	17
39.	Klaue cylindrische	17
	„ parabolische	17
40.	Pyramide	17
41.	Kegel	17
42.	Kugel, Ausschnitt, Abschnitt, Zone	18

§. Seite.
43. Ellipsoid 19
44. parabolischer Afterkegel 19
45. parabolische Konoide 19
46. parabolischer Trichter 19
47. sphärischer Trichter 19
48. Ring, ganzer, halber, viertel 20
49. Guldin'sche Regel für jeden durch Drehung einer Fläche um eine Axe erzeugten Körper 21

IV. Kapitel.

Von der beschleunigten Bewegung und dem freien Falle der Körper.

50. gleichförmig beschleunigte Bewegung . 21
51. Berechnung der Höhe eines Thurmes nach der Zeit des freien Falles eines Körpers . 23
52. Effekt der Rammklötze nach ihrer verschiedenen Fallhöhe 23
53. Fall nach einer schiefen Ebene 27
54. Fall in einem Halbkreise 27
55. Bewegung lothrecht und schief aufwärtssteigender Körper 27
56. Bewegung zweier ungleich schwerer Körper an einem Faden über eine Rolle . 28

V. Kapitel.

Von der Schwungkraft und der Pendelbewegung.

57. Verhältniß der Schwungkraft zur Masse und dem Halbmesser des Schwungkreises . 29
58. Pendelbewegung 30

§. Seite.

VI. Kapitel.

Von der Zerlegung der Kräfte.

59. Mittelkraft zweier Seitenkräfte, Kräften-Parallelogramm 31
60. Mittelkraft zweier senkrecht aufeinander wirkender Kräfte. Kräften Parallelepipedum 33
61. richtige Zerlegung der Kräfte 34

VII. Kapitel.

Von gespannten Seilen oder Ketten.

62. Seilmaschine, Spannung, Knoten . . 35
63. Gleichgewicht dreier Kräfte an einem Knoten 35
64. Ruhepunkt eines Gewichts an einem beweglichen Ringe 36
65. Bestimmung der Gewichte für zwei gegebene Aufhängepunkte und Winkel des Seils 36
66. Gleichgewicht mehrerer Kräfte an einer Seilmaschine 37
67. Gleichförmig schwere Kette und Fundamental-Gleichung für die gemeine Kettenlinie 38
68. Anwendung derselben auf Gewölbe . . 40

VIII. Kapitel.

Vom Hebel.

69. Unterscheidung der Hebelarten . . . 40
70. statisches Moment und Gesetz des Gleichgewichtes 41
71. algebraische Summe der Momente . . 41

§. Seite.
72. materiellen Hebel 42

IX. Kapitel.

Vom Rade an der Welle.

73. Verhältniß der Kraft zur Last für das Gleichgewicht 43

X. Kapitel.

Von der Rolle.

74. feste Rolle 44
75. bewegliche Rolle 44
76. Flaschenzug 45

XI. Kapitel.

Von der schiefen Fläche.

77. Verhältniß der Kraft zur Last für das Gleichgewicht. Normaldruck 46

XII. Kapitel.

Von der Schraube.

78. Mechanischer Vortheil der Schraube und Maß des Effektes 47

XIII. Kapitel.

Vom Keil.

79. Kraft des Keils in Beziehung auf seine Form 49
80. Pressungen eines Keilstückes auf genau anstoßende Seitenflächen 49

§. Seite.

XIV. Kapitel.

Von der Reibung der Körper auf einander und der Steifigkeit der Seile.

81. Hauptresultate der Erfahrungen über den Widerstand reibender Körper 50
82. Versuchs-Koefficienten für die schiebende und drehende Reibung bei verschiedenen Materien 51
83. walzende Reibung 54
84. Reibung der Wagenräder auf Eisenbahnen 54
85. Steifigkeit der Seile 57

XV. Kapitel.

Vom Schwerpunkte.

86. Begriff des Schwerpunkts und Stelle desselben an einer geraden Linie . . . 58
87. Schwerpunkt eines Kreises 59
88. " " Dreiecks 59
89. " " Parallelogramms . 59
90. " " jeden Vierecks . . 60
91. " " Fünfecks und eines jeden Vielecks . . 60
92. " " Kreisausschnitts . . 60
93. " " Halbkreises . . . 60
94. " " Kreisabschnitts . . 60
95. " " Ellypsenfläche . . 61
96. " " Kugel 61
97. " " Cylinders und Prismas 61
98. " " Pyramide und eines Kegels 61

§. Seite.
99. Schwerpunkt eines Kugelgewölbs . . 62
100. „ „ parabolischen Konoids 62

XVI. Kapitel.

Von der Stabilität.

101. Begriff der Stabilität eines Körpers . 63
102. Stabilität einer lothrechten geraden Mauer 64
103. Stabilität einer trapezförmigen Mauer . 65
104. Verhältniß eines viereckigen Pfeilers zu einer runden Säule 65
105. Stabilität einer Mauer mit Strebepfeilern 66
106. Stabilität ganzer Gebäude 66
107. „ der Futtermauern . . . 67

XVII. Kapitel.

Von der Festigkeit der Materialien.

108. Verschiedene Beziehung der Festigkeit eines Körpers 75
109. Vergleichung der absoluten Festigkeit verschiedener Materialien 76
110. Hauptergebnisse verschiedener Versuche über die Stärke des Eisens, der Seile . 77
111. respektive Festigkeit verschiedener Bauhölzer bei verschiedener Befestigung . . 83
112. Verhältniß des Tragvermögens eines Modells für Brücken, Gerüste ꝛc. ꝛc. zur Tragkraft des darnach im Großen ausgeführten Bauwerks 86
113. Verhältniß der respektiven Festigkeit bei verschiedenen Querschnitten prismatischer

§. Seite.

Körper und bei verschiedener Lage und Unterstützung derselben 86
114. Tragkraft des Holzes und Eisens mit Rücksicht auf seine zuläßige Biegung nach Maßgabe des elastischen Widerstandes . 90
115. Widerstand des Holzes und des Eisens gegen Drehung 94
116. rückwirkende Festigkeit 96

XVIII. Kapitel.

Von dem Druck und Sparrenschub der Dachstühle, und den verschiedenen Pressungen anderer Holzkonstruktionen.

117. Schub eines an eine Wand angelehnten Sparrens 100
118. Schub zweier gegeneinander strebenden Sparren bei verschiedenen Dachhöhen . 101
119. Schub eines oben frei aufliegenden Sparrens 102
120. Vortheil einer Stützsäule unter einem Leergesperre 103
121. Effekt einer Winkelstrebe 103
122. Schub der Streben bei Sprengwerken auf die Widerlagen 103
123. Geringer Schub der nach einer Kettenlinie gekrümmten Bohlensparren . . . 104
124. Verhältniß des Schubes bei einem Dachgespärre mit einem Kehlbalken 104
125. Vortheile der Stuhlsäulen . . . 105
126. Vertheilung des Tragvermögens eines Hängwerks 105

§. Seite.

XIX. Kapitel.

Von der Statik der Gewölbe.

127. Dicke der Gewölbe 106
128. Gleichgewicht der Gewölbe nach Hrn. Eytelweins Untersuchungen wenn die Reibung nicht in Rechnung gebracht wird . 108
129. Wichtigkeit der Reibung und Erklärung der Normaltabellen des Hrn. v. Maillard 110
130. Normaltabellen für die Dicken der Widerlagen von vollständigen Gewölben bei verschiedenen Höhen und Gewölbdicken . 113
131. Beispiel zur Erläuterung des Gebrauchs dieser Tabellen für ein Gewölb nach dem Kreise 120
132. Beispiel für einen Korbbogen . . . 121
133. Beispiel für einen Korbbogen dessen Höhe aber in den Tabellen nicht vorkommt 121
134. Praktische Regel zur Bestimmung der Widerlagenstärke 122
135. Vergleichung des Horizontal- oder Seitenschubs mehrerer Gewölbarten nach Hrn. v. Maillard 124
136. Vergleichung des Horizontaldruckes der gewöhnlichsten Gewölbarten nach Hrn. v. Kammerlohrs Theorie 124
137. Berechnung der Widerlagenbreiten nackter gleichdicker Gewölbe 126
138. Widerlagenbreite übermauerter Gewölbe mit Rücksicht auf Menschengedränge und Lastwägen 127

§. Seite.

XX. Kapitel.

Von den Kettenbrücken, nämlich von der Berechnung ihrer Bestandtheile.

139. Anwendung von Modellen 130
140. Berechnung der Form und Spannung der Ketten, des Zugs und der Pressung auf die Pfeiler 131

XXI. Kapitel.

Hydrostatik.

141. Gleichgewicht flüßiger Materien in kommunicirenden Röhren 136
142. Gleichgewicht verschiedener Flüssigkeiten von ungleicher Dichtigkeit 136
143. Druck auf den Boden eines Gefäßes . 137
144. aufwärts gehender Druck gegen den Deckel eines Gefäßes mit dem eine höhere mit Wasser angefüllte Röhre in Verbindung steht 137
145. Wirkung dieses Druckes auf die Bedielung der Sturzbette bei geschloßenen Durchlaßwehren 137
146. Seitendruck des vor einer festen Wand stehenden Wassers 137
147. Theil des Gewichts den feste Körper im Wasser verlieren 138

XXII. Kapitel.

Hydraulik.

148. Vom Ausflusse des Wassers aus Behältern und von der Zusammenziehung des Wasserstrahles 138

§. Seite.
149. Ausflußmengen durch verschiedene Ansatzröhren 140
150. Berechnung des ausfließenden Wassers durch verschieden gestaltete Oeffnungen im Großen 141
151. Ausfluß durch oben offene rechtwinkliche Seitenöffnungen 143
152. Abfluß bei einer zum Theil geschloßenen Schütze 144
153. Berechnung eines Ueberfalls an einem See für einen bestimmten Zu- und Abfluß 144
154. Aufstauung des Wassers in Flüßen durch Ueberfälle 145
155. Berechnung des Aufstaues eines vollkommenen Ueberfalls 145
156. Bestimmung der Stauweite . . . 146
157. Vermehrung der Wasserhöhen durch Brückenpfeiler 147
158. Bewegung und Stoßkraft des Wassers in Kanälen und zweckmäßigste Profile derselben 147
159. Bewegung des Wassers in Röhrenleitungen 157
160. nöthige Stärke der Röhren . . . 158
161. zweckmäßige Anordnung der Saugpumpen 159
162. Berechnung des Effekts der Druckwerke 161
163. Verhältniße der Kompreßion der Luft in den Windkesseln der Feuerspritzen zur Höhe des Strahls 162
164. Verhältniß der Wasserkraft zum Nutzeffekt bei Wasserrädern 163

§. Seite.
165. Verhältniß der oberschlächtigen, unterschlächtigen und Kropfräder in Hinsicht ihres Effekts zu einander . . . 164
166. Verhältniß von hintereinander zu nebeneinander hängenden Rädern . . 165
167. Größe des Nutzeffekts eines oberschlächtigen Rades 165
168. Tabelle für Mühlenbauer von Ferguson 166
169. Tabelle über den Effekt guter Mahlmühlen bei verschiedenen Größen der Räder von Fenwick 168
170. Widerstand welchen feste Körper je nach ihrer verschiedenen Form bei ihrer Bewegung im Wasser erleiden 171

XXIII. Capitel.

Von verschiedenen Geschwindigkeiten.

171. Geschwindigkeit des Windes . . . 175
172. " " Schalls . . . 175
173. " " fließenden Wassers 176
174. " " Lichtes 183
175. " " Menschen . . . 183
176. " " verschiedener Thiere 184
177. " " Transports auf Eisenbahnen und Kanälen 185

Inhalt des Anhangs.

	Seite.
Ausdehnung fester Körper durch die Wärme	187—188
Ausdehnung flüssiger Körper durch die Wärme	189—190
Von der spezifischen Wärme der Körper	190
Tabelle der spezifischen Wärmemengen nach Petit und Dulong	190—191
Von dem Wärmeleitungsvermögen verschiedener Körper . . . . , .	191—192
Uebergang der Körper vom festen Zustande in den flüssigen . . , ...	192—193
Schmelzgrade verschiedener Körper . .	193
Höhe der jährlichen Regenmenge unter verschiedenen Breitenmengen	194

Druckfehler.

Seite	Zeile	von		soll heißen.
5	15	v. o.	c g	c 9
13	9	v. u.	12,56637 r	$12{,}56637\,r^2$
30	7	v. u.	3,4050	3,2943
31	10	v. u.	g P	G P
45	9	v. u.	an	um
62	12	v. o.	$\left(\frac{R4-r4}{R3-r4}\right)$	$\frac{3}{8}\left(\frac{R^4-r^4}{R^4-r^4}\right)$
63	5	v. u.	b	a b
75	2	v. u.	Stücke	Stäbe
76	3	v. u.	78935	78035
83	5	v. u.	parallelepipedischer	parallelopipedischer
84	12	v. u.	bei b	bei h
85	3		$\underline{Nbh^2}$	$\frac{Nbh^2}{1}$

Seite	Zeile	von		soll heißen.
87	8	v. o.	auf die Seite	auf die breite Seite
93	4	v. u.	34771	94771
—	3	v. u.	91	1
95	8	v. o.	für das	nämlich das
96	11	v. u.	parallelepipedischer	parallelopipedischer
98	8	v. o.	25200 Kil.	24200 Kil.
99	15	v. u. 3te Col.	88	78
116	8	v. u. 5te Col.	20,49	20,94
119	14	v. u.	15 Min.	45
—	8	v. u.	2 Fß. 1 Zoll	2 Fß. 11 Zoll
—	9	vorletzte Col.	$\frac{10}{86}$	$\frac{11}{36}$
129	8	v. u.	fehlt vor $\frac{D^2}{C^2}$ das Wurzelzeichen.	
129	5		0,	0.
133	4	v. o.	$\left(\frac{2\,fx}{h\,2}\right)$ —.]	$\left(\frac{2\,fx}{h^2}\right)^7$ —..]
—	6	v. o.	$\left(\frac{2\,f}{h}\right.$ 6 —	$\left(\frac{2\,f}{h}\right)^6$ —
—	12	v. o.	$\frac{54}{173}$	$\frac{54}{175}$
Die Exponenten stehen größtentheils zu tief				
148	14	v. u.	gleichförmig	gleichmäßig
149	3	v. u.	8c2	$8e^2$
157			§. 161	§ 159
161	4	v. u.	$t=\frac{2b}{t}$	$W=\frac{2b}{t}$
165	5	v. o.	gleich	ganz
172	1	v. u. 1. Zahl= Col.	9,276	0,276
183	9	v. u.	15 Minuten	5 Minuten
—	6	v. u.	53 Secunden	53 Stunden
184	14	v. u.	Pferden rechnet	Pferden gleich rechnet

I. Capitel.

Beschreibung verschiedener Linien, welche bei dem Bauwesen eine vorzügliche Anwendung finden.

§. 1.

Eine gerade Linie bezeichnet auf einer Ebene den kürzesten Weg von einem gegebenen Punkte zum andern.

Eine krumme ändert ihre Richtung in jedem Punkte.

§. 2.

Eine um einen festen Punkt auf der Ebene beschriebene und von diesem Mittelpunkte durchaus gleich weit abstehende krumme Linie umschließt eine Kreisfläche, und eine solche krumme Linie nennt man einen Kreis, jeden Theil desselben einen Kreisbogen, jede Gerade zwischen zwei Punkten des Umkreises eine Sehne, jede Sehne welche durch den Mittelpunkt geht, den Durchmesser, und jede Gerade vom Mittelpunkte bis an den Umkreis den Halbmesser.

Der Kreis wird in 360 gleiche Theile abgetheilt, die man Grade nennt, jeder Grad in 60 Theile, die Minuten heißen, jede Minute in 60 Sekunden, und jede Sekunde in 60 Terzen. Die Grade, Minuten, Sekunden und Terzen werden mit (°) (′) (″) (‴) bezeichnet.

Der Durchmesser eines Kreises verhält sich zu dem Umfange wie 1:3, 14169, welche letztere Zahl man die Ludolphine nennt und allgemein mit π zu bezeichnen pflegt.

Bei Berechnungen, welche keine genaue Schärfe erfordern, bedient man sich der bequemern Verhältnißzahlen wie 7:22. Den Umfang eines jeden Kreises erhält man durch die Multiplication des Durchmessers mit der Zahl π.

Die Länge des einem Kreisausschnitte a g b Fig. 12. zugehörigen Bogens verhält sich zum ganzen Kreisumfange, wie der Winkel des Ausschnitts am Centrum zu 4 rechten oder 360 Graden.

§. 3.

Eine krumme Linie von der Beschaffenheit, daß die Summe der Abstände ac + bc Fig. 1. der Punkte a und b von jedem Punkte c des Umfanges sich immer gleich ist, nennt man eine Ellipse und die Punkte a und b ihre Brennpunkte. Man kann demnach aus der gegebenen unveränderlichen Summe der Abstände ac und bc und dem Abstande der Brennpunkte ab eine Ellipse beschreiben, wenn man in a und b die Enden eines Fadens befestiget, dessen Länge = ac + bc ist, und einen die krumme Linie bezeichnenden Stift c dergestalt herumbewegt, daß der Faden immerwährend gespannt ist.

Mit mehr Genauigkeit kann man mit dem Instrumente Fig. 2. eine Viertels Ellipse beschreiben, indem man das Lineal ab an dem Endpunkte a mit einem Stift versieht und von diesem Punkte aus die Längen der halben Axen cd in ag um ed in af aufträgt, in f und g Stifte anbringt und an diesen das Lineal innerhalb des rechtwinklichen Schlizes herumführt.

Ein drittes Verfahren, und zwar mit dem Zirkel, ist folgendes.

Es sey Fig. 3 die größere Achse a b, und die halbe kleinere c d gegeben, so trage man a d aus c in f und g, welches die beiden Brennpunkte giebt. Hierauf theile man f d in beliebige gleiche Theile 1, 2, 3, 4, 5, und nehme b 1 mit dem Zirkel ab, setze die eine Spitze in den Punkt g, und bezeichne mit der andern einen kleinen Bogen bei m, und ebenso mit derselben Zirkelöffnung aus f den Bogen bei n, nehme dann 1 a, setze den Zirkel in f und g, und bestimme die Punkte m und n. Nimmt man ferner b 2 und verfährt wie mit b 1, und so weiter, so kann man so viele Punkte der Ellipse bestimmen, als man für den Zweck nöthig findet. Die Linie wird sodann durch ein elliptisches Bogenlineal durch die bezeichneten Punkte gezogen.

Schneidet man einen Kegel so durch, daß die Schnittfläche mit der Grundfläche nicht parallel ist, so giebt die Begrenzung dieses Schnittes jederzeit eine Ellipse.

§. 4.

Eine krumme Linie Fig. 4 von der Beschaffenheit, daß jeder Punkt derselben von dem Punkte e der senkrecht von der Geraden a b abgehenden Linie c d eben so weit, als von der Geraden a b entfernt ist, nämlich daß allenthalben die Senkrechte a f = e f ist, wird eine Parabel genannt; a b ist die Leitlinie, und der Punkt e der Brennpunkt.

Wenn man den unveränderlichen Abstand c e des Brennpunktes e von der Leitlinie a b in dem Punkte g in zwei gleiche Theile theilt, so ist g ein Punkt der Parabel, weil er von e und der Leitlinie

gleich weit absteht. Mehrere Punkte werden auf folgende Art bestimmt. Man zieht so viele Parallelen mit f h, als man Punkte zur Beschreibung einer Parabel nöthig findet, und trägt den Abstand einer jeden Parallele f h von der Leitlinie a b aus dem Brennpunkte e mit dem Zirkel nach f und h über. Diese Punkte durch ein passendes Bogenlineal zusammengezogen geben eine Parabel.

Schneidet man einen Kegel parallel mit einer Seite, so gibt der Schnitt auf der gebogenen Oberfläche jederzeit eine Parabel.

§. 5.

Eine Hyperbel Fig. 5 ist eine krumme Linie von der Beschaffenheit, daß die Differenz der Abstände c e — c′ e eines jeden Punktes e immer einer unveränderlichen Geraden b′ a′ gleich ist. Die Entfernung der beiden Scheitelpunkte a b ist daher auch = a′ b′. Die Punkte c c′ sind deren Brennpunkte und der von diesen gleichweit abstehende Punkt d heißt der Mittelpunkt der Hyperbel.

Aus den gegebenen Geraden c c′ und b′ a′ kann demnach eine Hyperbel beschrieben werden, wenn man b′ a′ verlängert, auf derselben mehrere Punkte f′ nach Belieben annimmt, sodann mit dem Halbmesser b′ f′ aus c einen Kreisbogen beschreibt und diesen Bogen mit dem Halbmesser a′ f′ aus c′ durchschneidet, um die Punkte e e der Hyperbel zu erhalten. Auf diese Art kann man so viele Punkte bestimmen, als man für nöthig hält.

Schneidet man einen Kegel parallel mit seiner Axe, so giebt dieser Schnitt auf der gebogenen Oberfläche eine Hyperbel.

§. 6.

Wenn ein Kreis c d Fig. 6 auf einer geraden Linie a b rollend, sich fortbewegt, so beschreibt ein Punkt d des Umkreises eine krumme Linie a d b, welche eine Cycloide, oder Radlinie genannt wird. Eine solche Linie kann auf folgende Weise verzeichnet werden. Man ziehe die Grundlinie a b unbestimmt, errichte die Senkrechte c d und trage von c nach a 11 und von c nach d 7 gleiche Theile, so hat man das Verhältniß der halben Peripherie zum Durchmesser. Man trage ferner c a nach b, halbire c d und beschreibe mit o c einen Kreis, theile sodann die halbe Peripherie in 11 gleiche Theile und ziehe die Parallellinien e f, g h, i k. Nun trage man die Maaße c 10 auf e f, c 9 auf g h, c 8 auf i k und so fort, bis man nach d kommt, so bekommt man eben so viele Punkte der Radlinie für eine Hälfte, wornach sodann auch leicht die andere Hälfte hergestellt werden kann.

§. 7.

Eine vollkommen biegsame, aber unausdehnbare gleichschwere Schnur oder aus äußerst kleinen Gliedern bestehende Kette bildet, wenn sie an ihren Enden an zwei Punkten, ohne gespannt zu seyn, aufgehängt wird, eine Kettenlinie; wird dagegen ein gewichtloser biegsamer, an seinen Enden gleichfalls befestigter, freyhängender Faden so belastet, daß jeder gleich große Theil seiner horizontalen Projektion gleich viel zu tragen hat, so nimmt der Faden die Gestalt einer Parabel an.

§. 8.

Wenn in ein und derselben Ebene sich um den

Punkt c Fig. 7 gleichförmig eine gerade Linie c d herumdreht, und während dieses beständigen Herumdrehens der Punct c auf der Geraden c d ebenfalls gleichförmig fortrücket, so wird dieser Punkt c die sogenannte archimedische Spiral-Linie beschreiben.

Für den gegebenen Fall, daß der Punkt c während einer vollständigen Umdrehung nur um die Länge c a vorrücke, kann die Krümmung dieser Linie auf folgende Art gefunden werden. Man theile c a in so viele gleiche Theile als man Punkte der Spirallinie für eine Umdrehung bestimmen will, ferner den mit c a beschriebenen Umkreis in eben so viele gleiche Theile, und ziehe sodann durch diese Theilungs-Punkte des Kreises Radien von unbestimmter Länge. Hierauf trage man mit dem Zirkel von c aus die gleich numerirten Entfernungen der Punkte des Halbmessers c a auf die correspondirenden Radien, woraus sich die Krümmungs-Punkte der Spirallinie ergeben. Eine gleichmäßige Fortsetzung dieses Verfahrens giebt so viele Windungen als man nöthig hat.

§. 9.

Eine Schneckenlinie Fig. 8 A wird auf folgende Weise konstruirt.

Man setze c b senkrecht auf e f, beschreibe aus dem Durchschnitts-Punkte mit einer beliebigen Zirkelöffnung einen Kreis, trage den Halbmesser desselben neunmal von dem Mittelpunkte bis c auf, zeichne sodann ein Quadrat in den Kreis, wie Fig. 8 B im größern Maaßstabe darstellt, und theile die Linie von 1 bis in den Mittelpunkt in 3 gleiche Theile, eben so auch die Linien von 2, 3, 4 aus.

Hierauf setze man den Zirkel in 1., öffne denselben bis c und beschreibe den Bogen ca; setze ihn dann in 2 und beschreibe den Bogen ad und verfahre so fort nach der Reihe der Zahlen, bis die Figur geschlossen ist.

II. Capitel.

Von der Flächen-Berechnung.

§. 10.

Der Flächeninhalt eines jeden Parallelogramms wird gefunden, wenn man die Länge mit der Höhe, d. h. irgend eine Seite ab Fig. 9 mit der auf die gegenüberstehende gezogenen Perpendikularen cd multiplicirt.

§. 11.

Der Flächeninhalt eines Dreyecks ergiebt sich, wenn man die Basis ab Fig. 10 mit der Höhe cd multiplicirt und das Produkt halbirt.

§. 12.

Den Flächeninhalt eines Trapezes Fig. 11 findet man durch die Multiplication der halben Summe beyder parallelen Seiten cd und ab mit dem rechtwinklichen Abstande af dieser Seiten.

§. 13.

Der Inhalt eines Trapezoids, nämlich einer jeden vierseitigen Figur ohne parallele Seiten, wird durch die Theilung in 2 Dreyecke gefunden, so wie

auch jedes unregelmäßige Vieleck durch die Zerlegung in Dreyecke berechnet werden kann.

§. 14.

Den Flächeninhalt eines regelmäßigen Vielecks Fig. 12 erhält man durch die Multiplikation des Umfangs, d. h. der Summe seiner Seiten a b c d e f mit dem halben Lothe aus dessen Mittelpunkt g auf die Mitte einer Seite.

§. 15.

Den Inhalt einer Kreisfläche findet man, wenn man den Umfang mit dem halben Radius multiplizirt, oder den Radius quadrirt, und sodann mit der Zahl π multiplicirt.

Die Fläche eines Kreisausschnitts a g b Fig. 12 verhält sich zur ganzen Kreisfläche, wie der Bogen des Ausschnitts zum ganzen Kreisumfang.

Um den Inhalt eines Kreisabschnitts zu erhalten, hat man nur von dem dazu gehörigen Ausschnitte das von den beiden Radien und der Sehne eingeschlossene Dreyeck abzuziehen.

§. 16.

Die halbe Summe der kleinen und großen Halbachse einer Ellipse zum Quadrat erhoben, und mit der Zahl $\pi = 3{,}14159$ multiplizirt, giebt die Fläche derselben.

Der elliptische Ausschnitt a c d Fig. 13 verhält sich zum Kreisausschnitte a c e wie die halbe kleine Achse c b zur halben großen Achse c a.

Ein elliptischer Abschnitt wird analog einem Kreisabschnitte berechnet.

Die ganze elliptische Fläche ist einer Kreisfläche gleich, deren Halbmesser die mittlere geometrische Proportional-Linie zwischen den beiden

Halbachsen der Ellipse ist. Die Fläche eines Kreis- oder Ellipsenringes findet man, wenn von der der äußern Begränzung zugehörigen Fläche die fehlende innere abgezogen wird.

§. 17.

Der Flächeninhalt eines parabolischen Stückes Fig. 14, welches von einer Abscisse a b, von der dazu gehörigen Ordinate c b und dem Bogen a c eingeschlossen wird, ist gleich $\frac{2}{3}$ des Produktes aus der Abscisse in die Ordinate und folglich findet man den Flächeninhalt von a c c′, wenn man a b mit c c′ multiplicirt und vom Produkte $\frac{2}{3}$ nimmt.

§. 18.

Die Oberfläche eines jeden geradkantigen Körpers ergiebt sich durch die Summirung aller einzelnen Flächen, deren Berechnungsweise oben schon angegeben wurde.

§. 19.

Die gekrümmte Oberfläche oder der Mantel eines Cylinders (Walze), dessen Grundlinie ein Kreis oder eine Ellipse ist, es sey der Cylinder gerade oder schief mit parallelen oder nicht parallelen Endflächen, findet man durch die Multiplikation seiner Grundlinie mit dem senkrechten Abstande des Mittelpunktes der obern Endfläche von der Grundfläche, oder deren Verlängerung. Die Fläche des Mantels eines schiefen Cylinders mit parallelen Endflächen ergiebt sich auch durch die Multiplikation des Umfangs eines auf die Achse senkrechten Durchschnitts mit der Achse des Cylinders.

§. 20.

Wenn ein senkrechter Cylinder Fig. 15 nach dem Durchmesser a b und der Achse c d getheilt wird, so giebt der Schnitt zwei halbe Walzen. Theilt man eine halbe Walze nach dem Schnitte g c d h, senkrecht auf die Ebene a b e f, so erhält man eine Viertelswalze, welches einen Walzenausschnitt formirt. Schneidet man eine Walze nach der Sehne i k gleichlaufend mit der Axe der Länge nach durch, so giebt das Stück i k l m einen Walzenabschnitt. Die gekrümmten Oberflächen dieser Walzenstücke verhalten sich gegen einander wie die Bogen der denselben zugehörigen Grundflächen, und ihren Inhalt erhält man, wenn die Verhältnißzahl der korrespondirenden Bögen zum Umkreise in den Flächeninhalt des ganzen Mantels der Walze dividirt wird.

Ein durch zwei mit der Achse einer Walze parallel laufende Linien begränztes Stück des Mantels einer Walze jeder Art ist gleich dem Produkte aus der Länge der zugehörigen Grundlinie mit dem senkrechten Abstande des Mittelpunkts der korrespondirenden obern Bogenlinie von der Basis oder deren Verlängerung.

Es sey a b g f d c h e Fig. 16 eine Viertelswalze. Wird dieser Körper durch die Ebene a b e senkrecht auf a d e f in zwei Theile getheilt, so ist die krumme Fläche b g f e i gleich der Fläche a f e d nämlich dem Produkte aus dem Halbmesser a f mit der Länge f e. Das Ergänzungsstück der krummen Oberfläche b i e h c ist gleich der ganzen gebogenen Fläche b g f c h e weniger b g f e i, oder = 0,5708 der Fläche a f e d. Die Fläche b i g ist gleich b k multiplicirt mit a d. Zieht man l i m

parallel mit b g f, so ergiebt sich ferner die Berechnung folgender Flächenausschnitte. b i l = b l i g — b g i, g f e i = a f × a d — b k × a d = a k × a d. Ferner i m e = a k × a d — g f m i und i h e = i m e h — i m e.

Ein geschlossenes Kreuzgewölbe Fig. 17 besteht aus 8 Viertel-Walzenabschnitten und ein offenes Fig. 18 aus 4 Ergänzungsstücken (Supplementen) eines Halb-Walzenabschnitts, oder acht solchen eines Viertel-Walzenabschnitts, und ist also hiernach die Oberfläche leicht zu berechnen.

§. 21.

Die Oberfläche einer regelmäßigen Pyramide Fig. 19 ist zu finden, wenn man den Umfang der Grundfläche a b c mit der Senkrechten d e aus der Spitze der Pyramide auf was immer für eine Seite der Grundfläche gefällt, multiplicirt und das Produkt halbirt.

§. 22.

Ein senkrechter Kegel kann als eine regelmäßige Pyramide von unendlich vielen Seiten angesehen werden, es ist also auch die Oberfläche desselben gleich dem halben Produkte aus dem Umkreise der Grundfläche in die Länge der Seite des Kegels.

§. 23.

Die Oberfläche einer parallel mit der Basis abgestutzten regelmäßigen Pyramide, oder eines Kegels erhält man, wenn man die halbe Summe der Umfänge beider Grundflächen mit einer Senkrechten vom obern auf den untern Umfang multiplicirt.

§. 24.

Die Oberfläche einer Kugel findet man entweder durch die Multiplication des Durchmessers

mit dem Umfange des größten Kreises, weil sie viermal so groß ist, als der Flächeninhalt eines der Kugel angehörigen größten Kreises, oder durch die Multiplication des Quadrats des Durchmessers mit der Zahl $\pi = 3,1459$.

§. 25.

Die Oberfläche 1) einer Kugel, 2) einer Zone und 3) eines Kugelabschnitts ist gleich der Oberfläche des Mantels eines Cylinders, der den größten Durchschnitt der Kugel zur Grundfläche und für 1 den Durchmesser, für 2 die Höhe der Zone und für 3 die Höhe des Kugelabschnitts zur Höhe hat. Das Produkt des Umfangs eines größten Kreises der Kugel mit der Höhe eines jeden solchen Kugeltheils giebt demnach seine äußere Fläche.

Die Kugelflächen verhalten sich gegen einander wie die Quadrate der Halb- oder Durchmesser.

Die Kugelfläche verhält sich zu der ganzen Oberfläche eines dieselbe umschließenden Cylinders wie 4 zu 6, und zur ganzen Oberfläche eines sie umschließenden senkrechten Kegels wie 4 zu 9.

Die ganze Oberfläche eines gleichseitigen Kegels verhält sich dagegen zu einer denselben umgebenden Kugelfläche wie 9 zu 16, und die ganze Oberfläche eines gleichseitigen Cylinders verhält sich zu einer denselben umgebenden Kugelfläche wie 12 zu 16.

Ein Stück der Kugelfläche Fig. 20, von zwei größten Halbkreisen b d a und b m a eingeschlossen, ist gleich dem Produkte aus dem Durchmesser a b in den Bogen d m des größten Kreises, der von b und a gleich weit entfernt ist.

§. 26.

Die äußere Oberfläche eines elliptischen oder

parabolischen Sphäroids kann genau nur durch den Differenzial= und Integral=Kalkul gefunden werden; es genügt aber für Baurechnungen in den meisten Fällen, wenn man den körperlichen Inhalt eines gegebenen Sphäroids von einem etwas größern abzieht, welches Verfahren z. B. bei Berechnung von Dachbedeckungen eine zureichende Genauigkeit gewährt. Der körperliche Inhalt eines Ellipsoids und Paraboloids wird aber, wie später folgt, berechnet.

§. 27.

Die Oberfläche eines Ringes, der durch die Umdrehung eines Kreises Fig. 21. um eine Achse entsteht, wird gefunden, wenn man das Produkt des Halbmessers des erzeugenden Kreises $de = r$ mit der Entfernung des Zentrums dieses Kreises von der Achse, nämlich mit $cd = R$ mit dem vierfachen Quadrate der Zahl π multiplicirt $= 39,4784\ (r\,R)$, oder wenn man den Umfang des erzeugenden Kreises mit dem Umfange jenes Kreises multiplicirt, welchen dessen Mittelpunkt d um den Punkt c der Achse beschreibt.

Nach dem horizontalen Schnitte ef sind die beiden Flächenhälften des Ringes einander gleich.

Nach Fig. 22. ist die gebogene äussere Hälfte $= 2\pi^2\, rR + 4\pi r^2 = 19,73920\, rR + 12,5663\ 7r$; die durch den Bogen adc erzeugte innere Fläche aber $= 2\pi^2\, rR - 4\pi r^2 = 19,7392\, rR - 12,56637\, r^2$ und somit um die Kugelfläche deren Halbmesser $= de$ ist, kleiner, als die äußere.

Diese Formen kommen in mancherlei Theilungen und Zusammensetzungen besonders bei den verschiedenen Säulenordnungen Gesimsen, Dächern, bei Gefässen vor, z. B. nach Fig. 23. A, B, C und

man hat nur die Viertels-Ringe zu berechnen, aus denen sie zusammengesetzt sind, um ihre Flächen zu erhalten.

§. 28.

Die Fläche eines sphärischen Trichters Fig. 24. abc ist gleich $\frac{1}{4}$ des Quadrats vom Umfange des erzeugenden Kreises weniger der halben Kugelfläche dieses Kreises. Sie ergiebt sich durch die innere Viertelsfläche eines Ringes, wenn der Punkt c Fig. 21. mit dem Punkte f zusammenfällt.

III. Capitel.

Von der Körper-Berechnung.

§. 29.

Der Kubikinhalt eines jeden senkrechten Parallelepidedums Fig. 25. ist gleich dem Produkte aus seinen drei Dimensionen der Länge ab Breite ac und Höhe ad.

§. 30.

Zwei Parallelepipeda Fig. 25. von vollkommen gleichen Grundflächen und von gleichen Höhen sind am Kubik Inhalte einander gleich, sie mögen noch so verschieden geneigt seyn. Es findet sich daher der körperliche Inhalt eines jeden schiefen Parallelepipedums durch die Multiplication seiner Höhe ef mit der Grundfläche abcg.

Dasselbe gilt auch für jedes dreiseitige und für jedes vielseitige Prisma, somit auch für jeden Cy-

linder. Hieraus folgt, daß Prismen und Cylinder von gleichen Grundflächen sich wie ihre Höhen und von gleichen Höhen, wie ihre Grundflächen verhalten.

§. 31.

Der Kubikinhalt eines schief abgestutzten senkrechten Cylinders Fig. 27. ist gleich dem halben Produkte aus der auf die Achse senkrechten Grundfläche ab in die Summe der größten und kleinsten Höhe ed und bc des Cylinders.

§. 32.

Der kubische Inhalt eines jeden schief abgeschnittenen dreiseitigen Prismas Fig. 26. wird gefunden, wenn man die Längen seiner parallelen Kanten ab, cd, ef summirt und den dritten Theil davon mit der senkrecht durchschneidenden Fläche ghi multiplicirt.

Auf diese Weise kann also auch der Inhalt eines jeden vielseitigen Primas berechnet werden, da es in dreyseitige zerlegt werden kann.

§. 33.

Der Inhalt eines jeden schief abgestutzten Prismas wird gefunden durch die Multiplication seiner Grundfläche mit dem Abstande des Schwerpunktes der obern Fläche von der Ebene der Grundfläche. Wie man aber den Schwerpunkt einer Fläche findet, wird später gezeigt werden.

§. 34.

Der kubische Inhalt eines hohlen Cylinders Fig. 28 findet sich, wenn man dessen Dicke de in a in zwei gleiche Theile theilt, und den Mantel eines dem Durchmesser entsprechenden Cylinders von gleicher Länge mit de multiplicirt, oder wenn man den Inhalt der durch den innern und äußern Kreis

begränzten Grundfläche sucht und diesen mit der Länge des Cylinders multiplicirt.

Hiernach wird der kubische Inhalt der Tonnengewölbe berechnet, wenn sie von gleicher Dicke sind.

§. 35.

Ist dieses aber nicht der Fall z. B. bei Gewölben, deren Dicke von den Widerlagen aus gegen den Schlußstein abnimmt, wie Fig. 29, so wird der kubische Inhalt auf folgende Weise gefunden. Man suche die Länge des innern und äußern Halbkreises, addire beide und halbire die Summe, so hat man den mittlern Halbkreis. Hierauf addire man die Dicken ab und ef und halbire diese Summe ebenfalls. Diese mittlere Dicke mit dem mittlern Halbkreis multiplicirt giebt den Inhalt der Stirnfläche, welcher mit der Länge des Gewölbes multiplicirt den körperlichen Inhalt desselben ausmacht.

§. 36.

Den Kubikinhalt eines gegebenen geschlossenen Kreuzgewölbes, welches aus 8 Viertel-Walzenabschnitten besteht, findet man auf folgende Weise.

Man suche die gebogene Oberfläche eines solchen Gewölbes, welches aber um die halbe Dicke des gegebenen kleiner ist, und multiplicire diese mit der ganzen Dicke des gegebenen Gewölbes.

§. 37.

Ein offenes Kreuzgewölbe, dessen Grundfläche ein Quadrat ist, besteht aus vier Supplementen eines Halb-Walzenabschnitts oder aus 8 solchen eines Viertel-Walzenabschnitts und es gilt für die Berechnung dieses Gewölbes dasselbe Verfahren wie bei dem geschlossenen.

§. 38.

Der kubische Inhalt eines Viertel-Walzenabschnitts ist gleich $\frac{1}{3}$ des Produktes aus dessen Länge mit dem Quadrate des Halbmessers.

§. 39.

Das durch eine Ebene a d c Fig. 30 von einem halben Cylinder abgeschnittene Stück a b c d nennt man eine Klaue, dessen kubischer Inhalt bei der Höhe $bd = h$ und $be = r = \frac{2}{3}hr^2$ nämlich dem von zwei Viertels-Walzenabschnitten gleich ist.

Ist a b c eine Parabel, so erhält man den Inhalt der Klaue durch die Multiplication der Grundfläche a b c mit $\frac{2}{5}$ der Höhe b d. Dieses gilt auch, wenn der Schnitt nicht parallel mit a c sondern schief wäre.

§. 40.

Der Kubikinhalt einer dreiseitigen Pyramide ist gleich dem dritten Theile des Produktes aus der Grundfläche mit der Höhe der Pyramide, sie sey senkrecht oder schiefstehend, und da sich jede vielseitige Pyramide in dreiseitige von gleicher Höhe zerlegen läßt, wenn man ihre Grundfläche in Dreiecke zertheilt, so gilt dasselbe für jede vielseitige Pyramide.

§. 41.

Auch der Kubikinhalt eines jeden senkrechten oder schiefen Kegels ist gleich dem dritten Theile des Produkts aus seiner Grundfläche mit der Höhe, weil man einen Kegel für eine Pyramide ansehen kann, deren Grundfläche ein Polygon von unendlich vielen Seiten oder ein Kreis ist.

Hieraus folgt auch, daß jede Pyramide dem dritten Theile eines Prismas und auch jeder Kegel

dem dritten Theile eines Cylinders von gleicher Grundfläche und Höhe gleich ist.

§. 42.

Der Kubikinhalt einer Kugel ist gleich dem dritten Theile des Produkts aus ihrer Oberfläche mit dem Halbmesser. Auf eine leichtere Art erhält man aber den Inhalt einer Kugel, wenn man die Fläche des größten Kreises mit dem doppelten Durchmesser multiplicirt und das gefundene Produkt durch 3 dividirt.

Eine Kugel ist gleich $\frac{2}{3}$ eines um sie beschriebenen regulären Cylinders a b c d Fig. 31, und $\frac{4}{9}$ eines um sie beschriebenen Kegels e f g; sie verhalten sich zu einander wie 4 : 6 : 9 und daher eben so wie ihre Oberflächen. Ein Kegel, eine Kugel und ein Cylinder, wenn sie den Durchmesser der Grundflächen d c zur Höhe haben, verhalten sich aber wie 1 : 2 : 3. Der kubische Inhalt eines Kugelausschnitts a b c d Fig. 32 ist gleich dem dritten Theile des Produkts aus der ihm angehörigen gebogenen Fläche mit dem Halbmesser.

Um den Kugelabschnitt a b d zu erhalten, darf man nur von dem Ausschnitte den kubischen Inhalt des Kegels a b c abziehen.

Der Kubikinhalt einer Zone e f g h wird durch folgende Berechnung gefunden.

Man summire das Quadrat der Höhe c i zu den dreifachen Quadraten von jedem Halbmesser c e und i g und multiplicire diese Summe mit dem sechsten Theile des Produkts aus der Höhe i c und der Zahl 3,14159.

Hiernach kann auch ein Kugelabschnitt von jeder Größe (eine Kalotte) berechnet werden, wenn man i g = 0 annimmt.

§. 43.

Das halbe Ellipsoid, welches durch die Umdrehung der Ellipse um die halbe große, oder wie Fig. 33 um die halbe kleine Axe ab erzeugt wird, ist gleich $\frac{2}{3}$ eines Cylinders cdef von ein und derselben Grundfläche und Höhe des einen oder des andern Ellipsoids.

§. 44.

Der kubische Inhalt des parabolischen Afterkegels abc Fig. 34, welcher durch die Umdrehung der halben Parabel um die Axe cd erzeugt wird, ist gleich dem halben Cylinder abcf von eben der Grundfläche und Höhe.

§. 45.

Der körperliche Inhalt einer parabolischen Konoide fgcd Fig. 35 wird nach folgender Formel gefunden.

Setzt man ac = α, cd = β und ab = γ so ist der Inhalt des Körpers, welcher durch die Umdrehung seines halben Durchschnitts-Profils bacd um die Axe ba entsteht, $= \pi\gamma\ (\alpha^2 + \frac{2}{3}\ \alpha\beta + \frac{1}{3}\ \beta^2)$.

§. 46.

Der parabolische Trichter abc Fig. 36 ist gleich $\frac{1}{3}$ des Cylinders von dem Durchmesser ac und der Höhe bd.

§. 47.

Der Inhalt des sphärischen Trichters abc Fig. 24 ergiebt sich, wenn man von dem Cylinder gleichen Durchmessers ab und gleicher Höhe cf den innern Viertelsring, welchen der Quadrant adc um die Axe cf erzeugt, abzieht.

Den Inhalt dieses Viertelringes findet man aber wie folgt.

§. 48.

Der kubische Inhalt eines Ringes, der durch die Drehung eines ganzen Kreises erzeugt wird, ist gleich einem Cylinder, der den erzeugenden Kreis zur Basis und den Umfang desjenigen Kreises zur Höhe hat, den das Centrum des erzeugenden Kreises beschreibt.

Wenn der Ring durch einen Halbkreis erzeugt wird, getheilt wie in Fig. 21, so ist dessen kubischer Inhalt der Hälfte des ganzen Ringes gleich.

Entsteht er durch die Drehung der äußern Hälfte des Kreises a b c Fig. 22, so ist dieser um den kubischen Inhalt einer Kugel vom Durchmesser des erzeugenden Kreises größer, als die Hälfte des ganzen Ringes. Wird er durch die innere Hälfte a d c des Kreises erzeugt, so ist dessen kubischer Inhalt um den Inhalt der Kugel vom Durchmesser des erzeugenden Kreises kleiner, als die Hälfte des durch diesen ganzen Kreis entstehenden Ringes.

Ringe, welche durch Quadranten erzeugt werden, deren begränzende Halbmesser entweder parallel mit der Drehungsaxe, oder auf dieselbe senkrecht stehen, können nach den vorher angegebenen Fällen leicht berechnet werden; wird aber der erzeugende Kreis anders getheilt, so ist zur Berechnung der Theile folgendes Verfahren dienlich.

Ein Ring, welchen der Kreisabschnitt e b f Fig. 22 um die Axe c a gedreht, erzeugt, ist, wenn R den Halbmesser und α den Winkel e g f bedeutet $= \frac{4}{3}\pi R$ $3 \sin. \frac{1}{2}\alpha^3$, gleich einer Kugel welche die Sehne e f zum Durchmesser hat.

Will man den Inhalt von Körpern, welche durch die Umdrehung von Kreisabschnitten, wie z. B. nach der Sehne d c um die Axe a e entstehen, finden, so darf man nur von der Halbkugel den Kegel d c b abziehen.

§. 49.

Von einem jeden Körper, welcher durch Umdrehung irgend einer Fläche um eine Axe entsteht, kann man mit Hülfe des Schwerpunkts derjenigen Fläche, welche den Körper erzeugt, seinen Inhalt finden, wenn man den Weg, den der Schwerpunkt der erzeugenden Fläche durchlauft, mit dem Inhalte dieser Fläche multiplicirt.

Man nennt dieses die Guldinsche Regel, von ihrem Erfinder, Pater Guldin, einem Jesuiten von St. Gallen.

Nach diesem Verfahren ist es leicht den körperlichen Inhalt von gewundenen Säulen, Schrauben, Wendeltreppen, Schlangenformen rc. zu berechnen, wenn man nur die Länge der Linie kennt, welche der Schwerpunkt der Durchschnittsfläche beschreibt.

IV. Capitel.

Von der beschleunigten Bewegung und dem freyen Falle der Körper.

§. 50.

Wenn ein Körper sich so bewegt, daß er in allen auch noch so kleinen gleich großen Zeittheilchen gleich viel Zusatz an Geschwindigkeit erhält,

so heißt dieses eine gleichförmig-beschleunigte Bewegung. Eine eben so abnehmende Bewegung nennt man dagegen eine gleichförmig verminderte.

Die vom Anfange der Bewegung verflossenen Zeiten müssen sich daher wie die erlangten Geschwindigkeiten verhalten.

Die von einem Körper mit gleichförmig beschleunigter Bewegung durchlaufenen Räume verhalten sich wie die Quadrate der Zeiten, oder wie die Quadrate von den am Ende der Zeiten erlangten Geschwindigkeiten.

Ein Körper von größerer Masse fällt eben so schnell, wenn nichts seine Bewegung hindert, als ein Körper von geringerer Masse.

Ein kleines Stück fällt auch nicht langsamer als ein großes.

Aus Erfahrung weiß man, daß ein Körper nahe an der Erdoberfläche in der ersten Sekunde frey durch den Raum von $15\frac{5}{8} = 15{,}625$ rhein. oder preuß. Fuße fällt.

Bezeichnet man diese Zahl mit g, die Höhe des Falls mit h, die Zeit des Falls mit t und die am Ende dieser Zeit erlangte Geschwindigkeit mit c, so dienen zur Lösung verschiedener Aufgaben folgende Formeln.

$$\text{I.}\quad h = \tfrac{1}{2}\, ct = g t^2 = \frac{c^2}{4g} = 0{,}016\, c^2$$

$$\text{II.}\quad c = 2gt = \frac{2h}{t} = 2\sqrt{gh} = 7{,}9\sqrt{h}$$

$$\text{III.}\quad t = \frac{2h}{c} = \frac{c}{2g} = \sqrt{\frac{h}{g}} = 0{,}253\sqrt{h}.$$

Nachstehende Tabelle gewährt eine Uebersicht für 10 Sekunden.

Zeit in Sekunden	erlangte Geschwindigkeit	durchlaufener Weg	Zunahme desselben
1	1 . 2 g	1 g	1 g
2	2 . 2 g	4 g	3 g
3	3 . 2 g	9 g	5 g
4	4 . 2 g	16 g	7 g
5	5 . 2 g	25 g	9 g
6	6 . 2 g	36 g	11 g
7	7 . 2 g	49 g	13 g
8	8 . 2 g	64 g	15 g
9	9 . 2 g	81 g	17 g
10	10 . 2 g	100 g	19 g

§. 51.

Will man die Höhe eines Thurms, die Tiefe eines Brunnens ungefähr erfahren, so beobachte man die Zeit, welche ein frey durch die Höhe fallender Körper braucht, und multiplicire diese Zeit in Sekunden mit sich selbst und dieses Produkt mit $15\frac{5}{8}$, nämlich nach der Formel $g\,t^2$.

§. 52.

Da der Effekt einer Ramm-Maschine sich nach der Fallhöhe des Klotzes richtet, nämlich nach der am Ende des Falls erlangten Geschwindigkeit, so dient die Formel $2\sqrt{gh}$ zur Lösung der Frage, wie viel bei ein und eben demselben Gewichte des Klotzes bei verschiedenen Fallhöhen geleistet werden kann.

Die Endgeschwindigkeit eines 20 Zentner schweren Klotzes ist z. B. wenn er 12 Fuß durchgefallen ist, $= 2\sqrt{(15\frac{5}{8} \cdot 12)} = 7{,}9 \cdot \sqrt{12} = 27{,}3$, und seine Stoßkraft nämlich das Produkt seiner

Masse mit der Geschwindigkeit = 20 . 27,3 = 546 Zentner. Wird er um 1 Fuß höher gezogen, so ist seine Kraft = 568,8 Zentner, um 2 Fuß höher = 590,8 Zentner, um 3 Fuß höher = 611,4 Zentner.

Soll die Fallhöhe = x gefunden werden, welcher z. B. die doppelte Kraft eines Klotzes zukommt, von welchem die einfache bis 6 Fuß Fallhöhe bekannt ist, so dient die Proportion $1^2 : 2^2 = 6 : x$. Es verhalten sich nämlich die Stoßkräfte wie die Quadrate der Fallhöhen bei gleichem Gewichte der Klötze.

Die bewegenden Kräfte zweier Klötze verhalten sich aber wie die Quadrate der bei gleichen zurückgelegten Wegen erlangten Geschwindigkeiten multiplicirt mit den Massen.

Nachstehende Tabelle giebt die Wirkungen verschiedener Rammklötze an in Beziehung auf die Tragkraft der geschlagenen Pfähle.

Last, welche der Pfahl tragen kann.	Gewicht des Rammklotzes.								
	6 Centner.			8 Centner.			10 Centner.		
	Gewicht des Pfahls.			Gewicht des Pfahls.			Gewicht des Pfahls.		
	4 Centn.	8 Centn.	12 Centn.	4 Centn.	8 Centn.	12 Centn.	4 Centn.	8 Centn.	12 Centn.
Centn.	Wie viel Zoll der Pfahl auf zwanzig Schläge eindringen muß, um die Last zu tragen.								
50	24,5	17,5	13,6	38,1	28,5	22,8	53,6	41,7	34,1
100	11,5	8,2	6,3	17,4	13,0	10,4	23,8	18,5	15,2
150	7,5	5,3	4,2	11,2	8,4	6,7	15,3	11,9	9,7
200	5,6	3,9	3,1	8,3	6,2	5,0	11,3	8,7	7,2
250	4,4	3,1	2,4	6,6	4,9	3,9	8,9	6,9	5,7
300	3,7	2,6	2,0	5,5	4,1	3,3	7,4	5,7	4,7
350	3,1	2,2	1,7	4,9	3,5	2,8	6,3	4,9	4,0
400	2,8	1,9	1,5	4,1	3,1	2,4	5,5	4,2	3,5
450	2,4	1,7	1,3	3,6	2,7	2,2	4,9	3,8	3,1
500	2,2	1,6	1,2	3,2	2,4	2,0	4,4	3,4	2,8

Last, welche der Pfahl tragen kann.	Gewicht des Rammklotzes.								
	12 Centner.			15 Centner.			18 Centner.		
	Gewicht des Pfahls.			Gewicht des Pfahls.			Gewicht des Pfahls.		
	6 Centn.	12 Centn.	18 Centn.	6 Centn.	12 Centn.	18 Centn.	6 Centn.	12 Centn.	18 Centn.
Centn.	Wie viel Zoll der Pfahl auf zwanzig Schläge eindringen muß, um die Last zu tragen.								
100	27,2	20,4	16,3	37,8	29,4	24,1	49,4	39,5	32,9
150	17,4	13,0	10,4	23,8	18,5	15,1	30,7	24,6	20,4
200	12,8	9,6	7,6	17,4	13,5	11,1	22,2	17,9	14,8
250	10,1	7,5	6,1	13,7	10,6	8,7	17,4	13,9	11,6
300	8,3	6,3	5,0	11,3	8,7	7,2	14,4	11,5	9,6
350	7,1	5,3	4,2	9,6	7,4	6,1	12,2	9,7	8,1
400	6,2	4,7	3,7	,83	6,5	5,3	10,6	8,5	7,1
450	5,5	4,1	3,3	7,4	5,9	4,7	9,3	7,5	6,2
500	4,9	3,7	2,9	6,6	5,1	4,2	8,4	6,7	5,6
550	4,4	3,3	2,7	6,0	4,6	3,8	7,6	6,1	5,1
600	4,1	3,1	2,4	5,5	4,2	2,5	6,9	5,6	4,6

§. 53.

Die Geschwindigkeit, welche ein Körper durch den freyen vertikalen Fall erhält, verhält sich zu derjenigen, welche er durch den Fall auf einer schiefen Ebene in derselben Zeit erlangt, wie die Länge der Ebene zu ihrer Höhe.

Die Zeit des vertikalen Falls durch die Höhe der schiefen Ebene verhält sich zur Zeit des Falles durch die Länge derselben, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge.

Ein Körper erhält durch den Fall auf einer schiefen Ebene dieselbe Geschwindigkeit, wie bei dem freyen Falle durch die Höhe der Ebene.

§. 54.

Ein Körper durchlauft jede aus einem Punkte mit dem senkrechten Durchmesser gezogene Sehne im Halbkreise in eben der Zeit, in welcher er durch die Länge des Durchmessers frey fällt.

§. 55.

Wirft man einen Körper in die Höhe, so braucht derselbe gerade so viele Zeit zum Steigen, als zum Herabfallen. Ist z. B. die ganze Zeit = 6 Sekunden, so darf man nur berechnen, wie tief ein Körper in drei Sekunden fällt, um zu erfahren, wie hoch man den Körper geworfen hat.

Jeder nicht lothrecht aufwärts geworfene Körper würde eine Parabel beschreiben, wenn der Widerstand der Luft nicht einwirkte.

Ohne Rücksicht auf den Widerstand der Luft bewegen sich schief aufwärts geworfene Körper nach folgenden Gesetzen.

Die beiden Punkte, wo die Wurflinie die Horizontale durchschneidet, bestimmen die Wurfweite = w.

Die größte Höhe der Parabel sey $= h$ und die ganze Zeit, in welcher ein Körper von einem zu dem andern Punkt gelangt sey $= t$; ferner der Winkel, nach welchem der Wurf gerichtet ist $= \alpha$ und die Geschwindigkeit $= c$, so ist $h = \frac{ct \sin. \alpha}{4}$ oder $= \frac{gt^2}{4}$, $t = \frac{c \sin. \alpha}{g}$ und

$$w = \frac{c^2 \sin. \alpha \cos. \alpha}{g} = \frac{c^2}{2g} \sin. 2\alpha$$

Bei gleichen Geschwindigkeiten sind die Wurfweiten einander gleich, wenn sich die Richtungswinkel zu 90 Grad ergänzen.

Bei unveränderter Geschwindigkeit wird die größte Wurfweite bei einem Richtungswinkel von 45 Grad erhalten, und dieselbe ist 4 mal so groß als die größte Höhe, welche der Körper erreicht, und zweimal so groß, als die Höhe bei einem lothrechten Aufsteigen.

Ist die Richtung des Wurfs horizontal, so findet man $h = \frac{g}{c^2} w^2$.

§. 56.

Wenn um eine Rolle an einem Faden zwei ungleich schwere Gewichte hängen, so wird das leichtere aufwärts gezogen, während das schwerere abwärts fällt, und dieses wird sich nicht wie ein frey fallender Körper bewegen. Man findet die Beschleunigung G für das Gewicht V, welches größer als W ist, $G = g \frac{V - W}{V + W}$. Ist $V = 5$ und $W = 3$ Pfund, so durchlaufen die Gewichte in der ersten Sekunde $15\frac{5}{8} \cdot \frac{5 - 3}{5 + 3} = 3\frac{29}{32}$.

In 8 Sekunden werden diese Gewichte einen Raum von $3\frac{28}{32} \cdot 8^2$ durchlaufen und ihre erlangte Geschwindigkeit wird $2 \cdot 3\frac{29}{32} \cdot 8$ seyn.

In bayrischen Fußen ist $G = 16{,}801$.

V. Capitel.

Von der Schwungkraft und der Pendel-Bewegung.

§. 57.

Wenn sich ein Körper von der Masse M in einem Kreise mit der Geschwindigkeit c herumbewegt, so daß er, z. B. durch eine Schnur, die man sich gewichtlos denken muß, immer in einer gleichen Entfernung von dem Mittelpunkte des Kreises gehalten wird; so nennt man die Kraft V, mit welcher der Körper die Schnur spannt, seine Schwungkraft. Sie ist gleich $\frac{c^2}{2\,g\,r} \cdot M$ und es verhält sich $V : M = 2\frac{c^2}{4g} : r$, wo g die Höhe von $15\frac{5}{8}$ rheinländischen Fußen, die jeder Körper in der ersten Sekunde frey durchfällt, und r den Radius des Schwungkreises bedeutet.

Wenn zwei an einer Stange befindliche Massen vermöge ihrer beschleunigenden Kräfte in gleicher Zeit um einerlei Winkel geführt werden sollen, so müssen sie sich umgekehrt wie die Quadrate ihrer Entfernungen von der Axe verhalten.

Die Drehungsmomente zweier Massen sind einander gleich, wenn die Produkte aus den Massen in die Quadrate ihrer Geschwindigkeiten gleich sind.

§. 58

Wenn sich ein Gewicht an einem Faden oder einer Stange um einen Aufhängepunkt schwingen kann, so nennt man diese Anrichtung einen Pendel.

Folgende Hauptsätze dienen zur Berechnung der Pendel-Bewegungen.

1) Die Schwingungs-Zeiten verhalten sich an einem und demselben Orte, wie die Quadratwurzeln der Längen.

2) Die Anzahl der Schwingungen in derselben Zeit, z. B. in einer Minute, verhält sich umgekehrt wie die Schwingungszeiten und also umgekehrt wie die Quadratwurzeln der Längen.

3) Die Zeit eines Schwunges verhält sich zur Zeit, in welcher ein Körper von der halben Pendellänge frey herunterfällt, wie 3,14159 : 1. Hieraus folgt, daß ein Sekunden-Pendel $= \frac{2\,g}{\pi^2}$ lang seyn muß.

4) Damit ein Pendel genau einen einfachen Schwung in einer Sekunde mache, muß es 3 Fuß $8\frac{1}{2}$ Linien Pariser Maß, oder $39\frac{1}{8}$ Zoll englisch, oder 0,9936 Meter, oder 3,4050 bayerische Fuße lang seyn.

Die Länge ändert sich übrigens etwas nach der geographischen Breite.

Unter dem Aequator oder bei einer Breite
von 0 Grad mißt ein Sekunden-Pendel 439,2‴
- 30 - - - - - - - 439,8‴

v 45	Grad	mißt	ein	Sekundenpendel			440,1‴
= 60	=	=	=	=	=	=	441,0‴
= 90	=	=	=	=	=	=	441,8‴

VI. Capitel.

Von der Zerlegung der Kräfte.

§. 59.

Wenn sich die Richtungen zweier Seitenkräfte, deren Maß die Linien GQ und GP Fig. 37 bezeichnen, unter einem rechten Winkel schneiden, so ist die Mittelkraft, welche denselben das Gleichgewicht hält, gleich der Hypothenuse GR und das Quadrat der Mittelkraft muß der Summe von den Quadraten der Seitenkräfte gleich seyn.

Die beiden Seitenkräfte lassen sich nun ebenfalls zerlegen, nämlich GP in Gq' und Gp' und GQ in Gp und Gq.

Die Mittelkraft GR werde mit R und die beiden Seitenkräfte GQ und QP mit Q und P bezeichnet, eben so auch die aus der Zerlegung der Seitenkräfte resultirenden mit $p' . q' . p$ und q. Da der Punkt G von den Kräften P und Q einen eben so starken Druck erleidet, wie von der Kraft R, so muß auch, wenn diese Kraft R rückwärts nach r wirkend gedacht wird, dieselbe mit den Kräften P und Q im Gleichgewichte stehen, so daß der Punkt G unverrückt bleibt, so lange die Kräfte ihre Richtung nicht verändern. Für die Kräfte P

und Q kann man aber auch die gleichmäßig wirkenden p', q' und p, q anbringen ohne das Gleichgewicht zu stören.

So wie die Kräfte P und Q nach den Richtungen GP und GQ wirkend eine Mittelkraft R nach der Richtung GR hervorbringen, so erzeugen sie auch nach dem Punkt G wirkend eine Mittelkraft = R jedoch nach der rückwärts verlängerten Richtung G r.

Denkt man sich die Richtungen beider Kräfte P und Q unter einem spitzigen Winkel, das Parallelogramm GPRQ also als ein Rhomboid, so wird auch in diesem Falle, da sich die beiden gleich großen, aber nach entgegengesetzten Richtungen wirkenden Kräfte q' und q aufheben, und nur p' und p nämlich durch Linien ausgedrückt $Gp' + Gp =$ GR übrig bleiben, die Diagonale das Maß und die Richtung der Mittelkraft angeben. Schneiden sich die Richtungen der Kräfte P und Q unter einem stumpfen Winkel, so ist die Diagonale $Gp' - Gp$, und es folgt hieraus, daß man für jeden Fall mit Hülfe eines Parallelogramms die Bedingungen angeben könne, unter welchen drei auf einen Punkt wirkende Kräfte im Gleichgewichte sind und wie sich dieselben in Seitenkräfte zerlegen lassen.

Wird der Richtungswinkel PGR der Kräfte PR $= \alpha$, QGR $= \beta$ und PGQ $= \delta$ gesetzt, so ist

$$P = \frac{Q \sin. \beta}{\sin. \alpha} = \frac{R \sin. \beta}{\sin. \delta}$$

$$Q = \frac{P \sin.\alpha}{\sin.\beta} = \frac{R \sin.\alpha}{\sin.\delta}$$

$$R = \frac{P \sin\delta}{\sin.\beta} = \frac{Q \sin.\delta}{\sin.\alpha}$$

Man kann daher, wenn für das Gleichgewicht dreier Kräfte zwei Richtungswinkel und eine Kraft gegeben sind, die übrigen durch Rechnung finden, und eben so aus einem Winkel und zwei Kräften die übrigen Winkel. Die Mittelkraft R aber ergiebt sich $= P \cos.\alpha + Q \cos.\beta$
$= \sqrt{(P^2 + Q^2 + 2 PQ \cos.\delta)}$.

Ferner ist $\text{tang.}\,\alpha = \frac{Q \sin.\delta}{P + Q \cos.\delta}$

und $\cos.\delta = \frac{R^2 - P^2 - Q^2}{2 PQ}$

Schneiden sich die Richtungen der Seitenkräfte P und Q unter einem rechten Winkel, so ist

$P = Q \cot.\alpha = R \cos.\alpha$
$Q = P \,\text{tgt.}\,\alpha = R \sin \alpha$
$R = P \sec.\alpha = Q \,\text{cosec.}\,\alpha$
$R = P \cos.\alpha + Q \sin.\alpha$
$\text{tgt.}\,\alpha = \frac{Q}{P}$ und $R = \sqrt{(P^2 + Q^2)}$

§. 60.

Wenn auf den Punkt g Fig. 38 drei Kräfte P, P', P'', deren Richtungen wechselseitig auf einander senkrecht sind, wirken, so findet man die Richtung der Mittelkraft V auf folgende Weise.

Es sey $ga = P$, $gb = P'$, $gc = P''$. Ergänzt man zu diesen drei gegebenen Dimensionen das Parallelepipedum, so giebt die Diagonale dg die Größe und Richtung der Mittelkraft V, denn in

der Grundfläche ab ist die Diagonale gh die Mittelkraft von P und P', so wie im Rechteck ghdc die Diagonale dg die Mittelkraft von gh und gc bildet. Es ergiebt sich auch hieraus, daß V $= \sqrt{(P^2 + P'^2 + P''^2)}$ ist.

Umgekehrt läßt sich auch jede Kraft V in drei auf einander senkrechte Richtungen zerlegen, welche ganz willkürlich angenommen werden können, und somit auch jede Anzahl von Kräften, welche auf einen Punkt wirken.

§. 61.

Wenn es sich darum handelt, die Wirkung einer Kraft auf einen Punkt, welcher nur nach einer gewissen Richtung bewegbar ist, in zwei Seitenkräfte zu zerlegen, so kommt es darauf an, für die eine jene Richtung zu wählen, nach welcher der Punkt ausweichen kann, und die andere dem Widerstande welcher sie gänzlich aufhebt, gerade entgegen zu ziehen. So z. B. muß die senkrecht wirkende Schwerkraft eines Körpers, der auf einer schiefen Ebene gleitet, in eine parallele mit der Ebene und eine lothrechte auf dieselbe zerlegt werden, wenn man wissen will, wie groß die erstere ist, mit welcher er abgleiten kann, ohne Rücksicht auf die Reibung.

VII. Capitel.

Von gespannten Seilen oder Ketten.

§. 62.

Wenn man an einem Ende einen Faden befestiget und an dem andern eine Kraft T wirken läßt, so wird er nach seiner Länge ausgespannt. Hebt man die Befestigung auf, so muß dafür eine der Kraft T ganz gleiche nach entgegengesetzter Richtung angebracht werden, um das Gleichgewicht zu erhalten, welche man die Spannung nennt. Die Verbindung mehrerer Seile unter einander, um daran Kräfte ins Gleichgewicht zu bringen, heißt eine Seilmaschine.

Denjenigen Punkt, in welchem mehrere Seile vereinigt sind, nennt man einen Knoten. Der Knoten kann fest oder mittelst eines Rings beweglich seyn.

§. 63.

Sind drei Kräfte P, Q und R wie in Fig. 39 an drei Seilen angebracht, welche in einen Knoten vereinigt sind, so muß sich jede dieser Kräfte im Zustande des Gleichgewichts, wie der Sinus des Winkels, welchen die Richtungen der beiden andern Kräfte einschließen, verhalten, nämlich $P : Q : R = \sin. \eta : \sin. \gamma : \sin. \delta$, welches aus der Lehre über die Zerlegung der Kräfte folgt. Denkt man sich die Kraft R als ein lothrecht wirkendes Gewicht und die beiden Kräfte P und Q ebenfalls durch Gewichte über feste Rollen ausgedrückt, so kann der Winkel δ für das Gleichgewicht ohne Rücksicht auf die Steifigkeit der Seile und die Reibung durch Konstruktion auf folgende

Weise gefunden werden. Man beschreibe ein Dreieck abd, dessen Seite ab vertikal ist, indem man ab : ad : bd = R : P : Q annimmt. Zieht man Pc mit ad und cQ mit bd parallel, so ist c der Durchschnittspunkt, auch der Ort für den Knoten.

§. 64.

An den Punkten a und b Fig. 40 sey ein Seil von der Länge ac + cb befestiget, an welchem ein Gewicht Q mittelst eines beweglichen Ringes angehängt ist. Dieser Ring wird nur dann in Ruhe seyn, wenn ca = cb ist. Durch Konstruktion findet man den Punkt c, wenn an der Vertikalen de durch die Länge des Seils der Punkt e bestimmt, eb gleich getheilt und aus f die Horizontale fc gezogen wird.

Es ist zu bemerken, daß der Winkel acb durch das Loth gc jederzeit in zwei gleiche Hälften getheilt wird. Durch Rechnung findet man die Spannung des Seils und den Punkt c, wenn ad = α, db = β, ac + cb = l, ag = x, gc = γ und die Spannung des Seils acb = T gesetzt wird; und zwar:

$$T = \frac{Q \cdot l}{2\sqrt{(l^2 - \alpha^2)}},\ x = \tfrac{1}{2}\alpha + \frac{\alpha\beta}{2\sqrt{(l^2 - \alpha^2)}}$$

$$\gamma = \tfrac{1}{2}\sqrt{(l^2 - \alpha^2)} + \tfrac{1}{2}\beta.$$

§. 65.

Eine Seilmaschine sey mit zwei festen Knoten in den Punkten a und b Fig. 41 befestiget, man verlangt zu wissen, wie groß die in den Punkten c und d aufzuhängenden Gewichte seyn müssen, damit die Seile die gegebenen Winkel acd = α und cdb = β einschließen. Die Längen der Vertikalen cf und de, welche durch die verlängerten

Linien b d und a c bestimmt werden, geben das Verhältniß der Gewichte.

Es ist nämlich Q : P = c f : d e.

§. 66.

An einer in d und e Fig. 42 befestigten Seilmaschine sind die Gewichte P, $\dot{P}$, $\ddot{P}$, $\dddot{P}$ in den Knoten c, $\dot{c}$, $\ddot{c}$, $\dddot{c}$ aufgehängt, man soll die Bedingungen für das Gleichgewicht finden.

Die Spannung des ersten Fadens c d sey T und des letzten $\dddot{c}e = S$, der Winkel, welchen c d mit der Horizontalen m d einschließt, $= \alpha$ und derjenige, welchen $\dddot{c}e$ mit dem Horizonte macht, $= \beta$ und die Summe der Gewichte $P + \dot{P} + \ddot{P} + \dddot{P} = V$, so ist (I.) $T \sin. \alpha + S \sin. \beta = V$ und (II.) $T \cos. \alpha + S \cos. \beta = 0$, welches auch gilt, wenn noch so viele Gewichte an einer Seilmaschine angebracht sind, deren Summe durch V ausgedrückt ist. Mit Hülfe dieser Gleichungen lassen sich auch leicht, wenn drei von den Größen V, S, T, α und β gegeben sind, die übrigen beiden finden.

Es ergiebt sich hieraus

(III.) $V : T = \sin. (\alpha - \beta) : \cos. \beta$ und

(IV.) $V : S = \sin. (\beta - \alpha) : \cos. \alpha$.

Verlängert man d c und e $\dddot{c}$ und zieht durch den Durchschnittspunkt die Vertikale m n und setzt die Winkel d n m $= \delta$ und m n e $= \dot{\delta}$, so ergiebt sich durch Substitution aus den vorigen Gleichungen

(I) $V \sin. \dot{\delta} = T \sin. (\delta + \dot{\delta})$

(II.) $V \sin. \delta = S \sin. (\delta' + \delta)$

(III.) $T \sin. \delta = S \sin. \delta'$.

Vergleicht man diese Ausdrücke mit den bei Zerlegung der Kräfte §. 59 angegebenen, so folgt daraus, daß die Kräfte V, T, S am Punkte n nach den Richtungen mn, nd, ne im Gleichgewichte sind und mn die mittlere Richtung von sämmtlichen Gewichten = V ist, ferner daß man diese eben so findet, als wenn man die beiden Spannungen T und S als Seitenkräfte ansieht und zu denselben die Richtung der Mittelkraft = V sucht.

Da sämmtliche Gewichte von d bis c'' im Gleichgewichte bleiben müssen, wenn man statt des Gewichts $\ddot{P}$ den Knoten bei $\ddot{c}$ befestiget, so müssen auch die vorstehenden Sätze auf ähnliche Art vom Punkte $\ddot{c}$ wie vom Punkte e und eben so von jedem andern Knoten gelten.

§. 67.

Denkt man sich die Knoten unendlich nahe an einander und jeden mit einem kleinen Gewichte gleichförmig beschwert, so entsteht hieraus ein schweres vollkommen biegsames Seil, und die krumme Linie, welche dasselbe bildet, nennt man eine Kettenlinie.

Es sey dgce Fig. 43 ein solches an den Punkten d und e aufgehängtes Seil und c ein Knoten oder ein Punkt desselben, dessen Tangente cn horizontal ist. Für einen andern Punkt g sey die Tangente gn, und die Spannung in g = T, in

c = c. Das Gewicht des Seiles zwischen g und c sey = V, so besteht, wenn man n m vertikal und g m horizontal zieht und n g m = φ setzt, zwischen g und c dasselbe Verhältniß, wie in voriger Figur zwischen d und e und die Richtung der Spannkräfte n c und n g schneiden sich ebenfalls in dem Punkte n, wie in Fig. 42 dn und en; es gelten also auch für die Kettenlinie die obigen Sätze; weil aber m n c hier = 90° und der Winkel φ = 180° — δ + $\dot{\delta}$ ist, so vereinfachen sich obige Gleichungen auf folgende Art:

(I.) V = T sin. φ, (II.) V = C tgt. φ, (III.) T cos. φ = C, welches die Fundamental-Gleichungen für die gemeinen Kettenlinien sind, nämlich für ganz gleichförmig schwere Ketten. Statt des Kettenstücks g d sey in g die Kraft T, welche der Spannung für diesen Punkt gleich ist, nach der Tangente g a gerichtet angebracht, so wird dadurch das Gleichgewicht der Kette nicht unterbrochen. Es läßt sich aber T in zwei andere Kräfte, und zwar in eine horizontale und eine senkrechte zerlegen, wovon jene auswärts und diese aufwärts strebt, und es ergiebt sich hieraus in Rücksichtnahme auf die Fundamental-Gleichungen der Kettenlinie, daß

1tens die Kraft, mit welcher die Kette nach wagerechter Richtung auszuweichen strebt, in allen Theilen derselben gleich groß und der Spannung am Scheitel c gleich ist, und

2tens die Gewalt, mit welcher die Kette in irgend einem Punkte nach vertikaler Richtung zu zerreissen strebt, eben so groß, als das Gewicht der Kette, von diesem Punkte bis zum Scheitel gerechnet, ist.

§. 68.

Die Natur der Kettenlinie findet auch ihre Anwendung auf Gewölbe, wenn deren Stützpunkte nicht weichen können, und man sich das Gewölbe aus unendlich kleinen Steinen so zusammengesetzt denkt, daß obige Sätze für dasselbe gelten können. Eines solchen Gewölbes Keile werden durchaus im Gleichgewichte stehen.

VIII. Capitel.

Vom Hebel.

§. 69.

Jede unbiegsame um einen Punkt bewegliche Stange, auf welche zwei Kräfte wirken, kann als ein Hebel betrachtet werden. Denkt man sich denselben bloß als eine steife gewichtlose Linie, so wird er ein mathematischer Hebel, zum Unterschiede von dem materiellen, genannt. Der Punkt, um welchen sich der Hebel frey drehen kann, heißt der Ruhe-, Dreh- oder Stützpunkt, auch das Hypomochlion.

Ist der Drehpunkt an einem Ende, wie in Fig. 44, angebracht, so nennt man den Hebel einen einarmigen; liegt er aber zwischen den beiden Endpunkten und Kräften, wie in Fig. 45, so heißt der Hebel ein doppelarmiger. Bilden die beiden geraden Arme ab und ac einen Winkel, dessen Spitze in den Drehpunkt fällt, wie Fig. 46, so wird ein solcher ein Winkelhebel genannt. Ohne

Rücksicht auf das eigene Gewicht des Hebels wirkt derselbe nach folgenden Gesetzen, wenn die Richtung der Kräfte in einerlei Ebene gedacht wird.

§. 70.

Man nennt in der Statik das Moment einer Kraft in Beziehung auf den Drehpunkt das Produkt des kürzesten Abstandes dieses Punkts von der Richtung der Kraft mit dem Maße der Kraft.

Ein gerader doppelarmiger Hebel ist im Gleichgewichte, wenn die Momente der an seinen beiden Enden angebrachten Kräfte, die gewöhnlich durch Gewichte ausgedrückt werden, einander gleich sind.

Es sey Fig. 45 $ab = 1$ Fuß, $ac = 2$ Fuß, so muß das an b angebrachte Gewicht doppelt so groß seyn, als das bei c, wenn es diesem das Gleichgewicht halten soll, d. i. $ab \times P$ muß $= ac \times p$ seyn.

Bei ungleichen Gewichten müssen sich daher die Entfernungen vom Drehpunkte umgekehrt, wie die Gewichte verhalten, wenn der Hebel im Gleichgewichte seyn soll.

Dasselbe gilt auch bei dem einarmigen Hebel für die nach entgegengesetzten Richtungen wirkenden Kräfte.

§. 71.

Wenn in verschiedenen Entfernungen vom Drehpunkte mehrere Kräfte senkrecht auf die Hebelsarme nach entgegengesetzten Richtungen wirken, und die Summe der Momente der nach einerlei Richtung wirkenden Kräfte von einander abgezogen werden, so nennt man den Rest die algebraische Summe der Momente.

Mehrere auf einen geraden doppelarmigen He=

bel senkrecht nach entgegengesetzten Richtungen wirkende Kräfte sind im Gleichgewichte, wenn die algebraische Summe der Momente an dem einen Hebelsarme der algebraischen Summe der Momente am andern Arme gleich ist.

Der Druck auf den Drehpunkt ist der algebraischen Summe sämmtlicher Gewichte gleich.

Da es bei jeder Hebelart bloß auf die Momente der Kräfte, d. i. auf die Produkte der Kräfte mit den kürzesten Abständen des Drehpunkts von den Richtungen der Kräfte ankommt, so ist es gleichgültig, welche Gestalt der Hebel habe, ob die beiden Arme gerade oder gebogen sind, oder ob sie einen Winkel bilden, die Gleichheit der Momente bedingt immer das Gleichgewicht.

Hebel von gebogenen Formen, wie Fig. 47, sind daher nicht vortheilhafter, als solche mit geraden auf die Richtung der Kräfte rechtwinklich gestellten Armen, wie die punktirten Linien angeben.

Wenn Kräfte nach parallelen Richtungen an einem geraden Hebel wirken, so entsteht unter eben den Bedingungen ein Gleichgewicht, als wenn sie senkrecht auf den Hebel wirkten.

§. 72.

Das bisher Gesagte gilt vom mathematischen Hebel, der physische oder materielle Hebel kann aber ohne Schwere nicht gedacht werden, und sein Gewicht muß bei der Anwendung in Rechnung kommen.

Das Gewicht einer Hebelstange kann man sich in jenem Punkte vereinigt denken, durch dessen unmittelbare Unterstützung dieselbe im Gleichgewichte in jeder Richtung erhalten wird. Diesen Punkt nennt man den Schwerpunkt.

Fällt der Schwerpunkt einer ungleich dicken Hebelstange nicht mit dem Drehpunkte zusammen, so wird das Produkt aus dem Gewichte des Hebels mit der Entfernung seines Schwerpunkts vom Drehpunkte sein statisches Moment geben, welches, wenn sich der Schwerpunkt auf der Seite der Kraft befindet, zum Momente der Kraft, wenn er sich aber auf der Seite der Last befindet, zum Momente der Last addirt werden muß.

IX. Capitel.

Vom Rade an der Welle.

§. 73.

Für das Rad an der Welle gilt die Lehre vom doppelarmigen Hebel.

Wie sich der Halbmesser der Welle ac Fig. 48 zum Halbmesser des Rades cb verhält, so verhält sich die am Umfange des Rades wirkende Kraft p zu der am Umfange der Welle angebrachten Last P im Zustande des Gleichgewichts.

Ist die Kraft etwas größer, so wird die Last gehoben, sie muß aber größer seyn, als zur Ueberwindung der Reibung der Zapfen und der Steifigkeit des Seiles in den Lagern nöthig ist. Der Druck der Zapfen ist gleich dem Gewichte des Rades und der Welle mit dem Gewichte der Kraft und der Last, wovon jedes Lager die Hälfte zu tragen hat.

Wird die Last an einem Seile aufgewunden, so vermehrt dieses den Durchmesser der Welle um

die Seildicke und den Halbmesser um die halbe Seil-dicke, wenn das Seil sich auch nur einmal aufwindet. Folgen mehrere Windungen über einander, so wächst der Durchmesser der Welle in demselben Verhältnisse; man gewinnt also immer weniger an Kraft. Die Last bewegt sich übrigens in dem Verhältnisse langsamer gegen die Kraft, als der Durchmesser der Welle nebst dem Seile kleiner ist, als der des Rades.

X. Capitel.

Von der Rolle.

§. 74.

Zu den einfachsten Mitteln, um eine Kraft oder ein Gewicht nach jeder beliebigen Richtung wirken zu lassen, gehört die Rolle. Ist eine Rolle, wie Fig. 49, bei a an irgend etwas so befestiget, daß sie sich nur um ihre Axe drehen kann, so nennt man sie eine feste. Durch eine solche Rolle wird aber nicht nur nichts an Kraft gewonnen, sie mag auch noch so groß seyn, sondern es ist sogar ein größerer Kraftaufwand zur Ueberwindung der Steifigkeit des Seils und der Friktion der Axe nöthig, als die Last an und für sich erforderte. Sie dient daher nur als Leitscheibe.

§. 75.

Durch eine bewegliche Rolle b, Fig. 49, gewinnt man hingegen immer die Hälfte an Kraft, wenn die Richtung der Kraft mit jener der

Last parallel ist, in welchem Falle das Seil den Halbkreis der beweglichen Rolle umspannt. Außerdem verhält sich die Kraft zur Last wie der Halbmesser der Rolle zur Sehne desjenigen Bogens, den das Seil umspannt, welcher abnimmt, wenn nämlich der Aufhängepunkt c von der Rolle a weiter entfernt ist, als der Durchmesser der Rolle b. Ist dieser Bogen nur = 60 Grad, so muß die Kraft der Last gleich seyn, weil die Sehne von 60 Grad dem Radius gleich ist. Umspannt das Seil aber den Halbkreis, wie in Fig. 49, so ist die Sehne der Durchmesser und die Kraft verhält sich daher wie 1 zu 2. Diese Verminderung der Kraft ist aber auch die größte, weil es keine größere Sehne als den Durchmesser giebt.

§. 76.

Wenn zwei oder mehrere Rollen in einem Gehäuse oder Kloben sich befinden, so heißt man eine solche Zusammensetzung eine Flasche. Werden aber zwei Flaschen durch ein Seil dergestalt in Verbindung gesetzt, daß dieses Seil abwechselnd von einer festen an eine bewegliche Rolle geht, so nennt man dieses einen Flaschenzug.

Bei einer solchen Zusammensetzung verhält sich die Kraft zur Last, wie die Einheit zur Anzahl der von der Last gespannten Seile, wenn die Seile genau parallel laufen.

In der Praxis muß aber wohl um $\frac{1}{3}$ weniger gerechnet werden, weil die Reibung und der Widerstand der Seile stark entgegenwirken.

XI. Capitel.

Von der schiefen Fläche.

§. 77.

Zieht man eine Last senkrecht in die Höhe und zwar ohne Anwendung eines mechanischen Hülfsmittels, so muß die Kraft der Last gleich seyn. Zieht man sie hingegen auf einer ganz horizontalen Fläche, so trägt diese das ganze Gewicht der Last und es wird nur so viel Kraft erfordert, als zur Ueberwindung der mehr oder mindern Reibung nöthig ist. Ist die Fläche weder senkrecht, noch wagerecht, sondern unter irgend einem Winkel, wie in Fig. 50 ab gegen den Horizont ac geneigt, so trägt dieselbe nur einen Theil der Last, und einen um so größern, je mehr sich die schiefe Ebene der horizontalen nähert. Das Verhältniß für das Gleichgewicht ist: $ab : bc = P : Q$, wenn P die Last und Q die Kraft bezeichnet und die Richtung des Zuges, im Schwerpunkte der Last angebracht, parallel mit ab lauft.

Wenn aber die Kraft Q mit der Grundlinie ac parallel wirkt, so verhält sich im Stande des Gleichgewichts die Last zur Kraft, wie ac zu bc.

Ist der Winkel α und jener, welchen die Richtung der Kraft mit der Senkrechten bc einschließt, $= \beta$, bekannt, so findet man allgemein die Größe der für das Gleichgewicht nöthigen Kraft Q $= \frac{P \cos. \alpha}{\cos. (\beta - \alpha)}$ und die Last $P = \frac{Q \cos. (\beta - \alpha)}{\cos. \alpha}$ den Normaldruck von P und Q auf die Ebene ab aber $= P \sin. \alpha + Q \sin. (\beta - \alpha)$.

Soll die Last aufwärts gebracht werden, so muß die Kraft auch die Reibung überwinden und daher außer dem nöthigen Uebergewicht für die Bewegung um so viel größer seyn.

XII. Capitel.

Von der Schraube.

§. 78.

Ein Schraubengang kann als eine um einen Cylinder oder innerhalb einer cylindrischen Röhre gewundene schiefe Fläche angesehen werden. Die Schraubenspindel bewegt sich in gleichförmigen Gängen in der Mutter und es wirkt entweder diese oder jene auf die Last, je nach der Einrichtung der Maschine. In beiden Fällen wird bei jeder einmaligen Umdrehung der Widerstand oder die Last um so viel verrückt, als ein Schraubengang von dem andern absteht.

Hieraus erhellet, daß man, wie bei der schiefen Fläche, um so vielmal an Kraft gewinnt, als der Umfang größer ist, als die Höhe eines Schraubengangs. Für das Gleichgewicht verhält sich die Kraft am Umfange der Schraubenspindel zur Last, welche die Spindel nach der Richtung ihrer Axe preßt, wie die Höhe des Schraubenganges zum Umfange der Spindel. Wirkt die Kraft an einem mit der Mutter oder Spindel verbundenen Hebel, so verhält sich für das Gleichgewicht die Kraft zur Last, wie die Höhe des Schraubenganges zum Um-

fange desjenigen Kreises, welcher die Länge des Hebelarms, an dem die Kraft wirkt, zum Halbmesser hat.

Da das Verhältniß der Hebellänge zur Höhe des Schraubenganges sehr groß seyn kann, so gewährt die Schraube zur Bewegung großer Lasten viele Vortheile, die Reibung erfordert indessen einen ansehnlichen Ueberschuß an Kraft, wenn solche überwunden werden soll; sie verhindert aber auch das allzuleichte Zurückgehen der Schraube, wenn auch die Kraft zu wirken aufhört.

Für die Schraube ohne Ende gelten in Bezug auf Kraft und Widerstand dieselben Bedingungen, wie für die einfache Schraube.

Man verfertigt die Schrauben auf verschiedene Art, nicht nur allein in Hinsicht der Gestalt, sondern auch der Zahl der Gänge. Es giebt scharfe, runde und flache Gewinde und auch mehrgängige Schrauben. Diese haben den Vortheil, daß die Last mehr vertheilt ist, sie sind aber auch steiler gewunden und geben der rückwirkenden Last leichter nach. Bei Berechnung ihres Effekts dürfen die mehrern Gänge nur für einen gerechnet werden, weil bei einer Umdrehung die zwei oder dreigängige Schraube auch um den Abstand von zwei oder drei Gewinden zugleich steigt.

XIII. Capitel.

Vom Keil.

§. 79.

Ein fester prismatischer Körper, dessen Querschnitt ein gleichschenkliches Dreieck bildet, heißt ein Keil. Man bedient sich desselben zum Auseinandertreiben anderer Körper, wo er als eine doppelte schiefe Fläche wirkt, gegen welche der Widerstand als Last drückt.

Die Kraft, welche den Keil eintreibt, verhält sich zum Widerstande auf der einen Seite desselben, wie der Rücken des Keils zu seiner Seite, daher um desto mehr an Kraft gewonnen wird, je länger der Keil im Verhältnisse zu seiner Dicke ist.

§. 80.

Zwischen zwei feste Ebenen $\dot{a}i$ $\dot{b}i$, Fig. 51, wovon $\dot{a}i$ vertikal ist, sey ein Keilstück $ab\dot{b}\dot{a}$, dessen Gewicht Q ist, eingeklemmt, man sucht die Pressungen welche vom Gewichte Q gegen beide Ebenen entstehen. Die Kraft Q kann vom Schwerpunkte g aus in eine Horizontale $gc = C$ und in eine auf $b\dot{b}$ Senkrechte $gn = N$ zerlegt werden. Der Winkel $\dot{a}i\dot{b}$ sey $= \alpha$. Es läßt sich erweisen, daß $C = Q$, $\text{cotg.}\ \alpha$ und $N = Q\ \text{cosec.}\ \alpha$ ist.

Der Normaldruck N läßt sich wieder nach horizontaler Richtung und nach vertikaler zerlegen. Nach erster erhält man $N\ \cos.\ \alpha = Q\ \text{cotg.}\ \alpha$. Daher ist der horizontale Druck auf die Ebene $b\dot{b}$

eben so groß, als der horizontale Druck auf $a\dot{a}$.

Den von N herrührenden vertikalen Druck auf $b\dot{b}$ findet man $= N \sin. \alpha = Q$, daher der vertikale Druck auf $\dot{b}\dot{b}$ dem Gewichte des Körpers $a\dot{a}\dot{b}\dot{b}$ gleich ist.

Diese Sätze finden ihre Anwendung bei Berechnung des Drucks der Keilsteine eines Gewölbes auf einander.

XIV. Capitel.

Von der Reibung der Körper auf einander und der Steifigkeit der Seile.

§. 81.

Den Widerstand, welchen die Rauhigkeit der Körper den Bewegungen derselben auf einander entgegensetzt, nennt man die Reibung. Man unterscheidet die schiebende und drehende, unter der Benennung der gleitenden, von der rollenden oder wälzenden Reibung.

Die Erfahrung lehrt:

1) Daß die Reibung um desto geringer ist, je glatter die reibenden Flächen sind, weßwegen man auch durch Fette sie vermindert:

2) Daß die Reibung unter übrigens gleichen Umständen dem Drucke proportional ist:

3) Daß bei gleichem Drucke unter übrigens gleichen Umständen die Größe der Reibung unabhängig von der Größe der reibenden Fläche ist:

4) Daß die Reibung im Zustande der Ruhe größer als während der Bewegung, und die gleitende größer als die walzende ist:

5) Daß die verschiedene Geschwindigkeit der Körper bei der Reibung während der Bewegung bei manchen Materien gar keinen, und bei andern nur einen solchen Einfluß hat, daß derselbe in den meisten Fällen gar nicht in Anschlag zu bringen ist.

§. 82.

Nach Coulombs Versuchen ergeben sich für die Berechnung der gleitenden Reibung verschiedener Körper nachstehende Koefficienten, welche jedoch nur für möglichst gut polirte Flächen gelten.

Reibende Körper	Reibung der Ruhe				Reibung der Bewegung			
	schiebende		drehende		schiebende		drehende	
	trocken	fett	trocken	fett	trocken	fett	trocken	fett
Eichen auf Eichen	3/7	2/5	.	.	1/9	1/17	.	.
Kiefern = Kiefern	7/12	.	.	.	1/8	.	.	.
Ulmen = Ulmen	6/13	.	.	.	1/10	.	.	.
Eichen = Kiefern	2/3	.	.	.	3/19	.	.	.
Eisen = Eisen	2/7	.	.	.	2/7	1/10	.	.
Kupfer = Eisen	3/17	1/10	2/11	1/11	1/8	1/11	2/13	2/23
Eisen = Eichen	1/5	.	.	.	1/8	1/35	.	.
Kupfer = Eichen	2/11	.	.	.	1/12	1/41	.	.
Messing = Eisen	4/15	.	.	.	.	.	.	.
Eisen = Guajac	.	.	1/15	1/20	.	.	1/20	1/20
Burb. = Ulmen	.	.	.	.	.	.	.	1/29

Muschenbröck fand die Reibung

bei Stahl auf	Stahl	trocken	$\frac{11}{40}$	geölt	$\frac{12}{50}$
„ „ „	Kupfer	„	$\frac{1}{5}$	„	$\frac{7}{40}$
„ „ „	Zinn	„	$\frac{8}{10}$	„	$\frac{5}{25}$
„ „ „	Blei	„	$\frac{2}{13}$	„	$\frac{5}{87}$
„ „ „	Messing	„	$\frac{8}{35}$	„	$\frac{2}{15}$

Nach Rondelet ist der Reibungs-Koefficient
für Gewölbsteine auf einander — 0,5773
bei noch frischem Mörtel . . = 0,6000
nach Amonton bei Backsteinen = 0,7500
nach Boistard für Gewölbsteine = 0,7600
nach Perronet f. behauene Steine = 0,8391

Die Sicherheit der Gewölbe erfordert übrigens, daß man bei dem Entwurfe der Konstruktionen die Reibungs-Koefficienten nicht zu groß annehme, sondern sich mit 0,5773 = tgt. 30° begnüge.

Die Reibung der Kolben in den Stiefeln bei Pumpen ist, wenn sie durch das Gewicht einer Wassersäule ausgedrückt wird, deren Höhe = f für den Kolbendurchmesser = D ist, und wenn H die Höhe des Oberwassers über dem Kolben bis zum Ausguß bezeichnet, für nachstehende Fälle wie folgt, anzunehmen:

1) für gut polirte metallene Stiefel, $f = 0{,}03\,\frac{H}{D}$

2) für nachgebohrte metallene Stiefel, $f = 0{,}06\,\frac{H}{D}$

3) für gut gebohrte hölzerne Stiefel, $f = 0{,}1\,\frac{H}{D}$

4) für schlechte hölzerne Stiefel, $f = 0{,}2\,\frac{H}{D}$

Man findet die Kraft, welche nöthig ist, um die Reibung zweier Körper auf einander zu überwältigen, wenn man den Koefficienten für den treffenden Fall mit dem Drucke multiplicirt.

§. 83

Für die walzende oder rollende Bewegung geben Versuche, daß sich die Reibung wie die Belastung und umgekehrt wie die Halbmesser der Walzen verhält, wenn die Körper von einerlei Materie sind.

Wenn man bei schiebenden oder drehenden Bewegungen die Reibung vermindern will, so wendet man die sogenannten Friktionsräder oder Kugeln mit Vortheil an.

Setzt man, daß M die gesammte Belastung eines Rades oder einer Walze bezeichne, deren Halbmesser = r und deren wälzende Reibung = F ist, und wird für eine andere Walze von gleicher Materie die ähnliche Bezeichnung M', r', F' angenommen, so verhält sich $\frac{M'}{r'} : \frac{M}{r} = F' : F$ und man findet die Reibung $F = \frac{r'F'}{M'} \cdot \frac{M}{r}$. Ist daher die Zahl $\frac{r'F'}{M'}$ aus Versuchen bekannt, so kann daraus die Reibung F für jede andere Walze von gleicher Materie gefunden werden..

§. 84.

In England wurden sehr viele Versuche über

die Reibung der Wagenräder auf Eisenbahnen angestellt. Diese Räder sind gewöhnlich mit den Axen fest verbunden und der Wagen ruht mit Pfannen von Messing oder Eisen darauf. Bei den Versuchen waren die Räder 34 Zoll im Durchmesser und hatten einen $\frac{3}{4}$ Zoll vorstehenden Spurkranz; die Axen waren von Schmiedeeisen und $2\frac{3}{4}$ Zoll stark, der Schienenweg war vollkommen gerade und hatte ein regelmäßiges Gefäll von $\frac{1}{488}$ der Länge. Die Wagen wurden hin- und zurückgeführt und das Mittel aus den Beobachtungen gezogen, welches folgende Resultate gab.

Gewicht der Wagen	Beschaffenheit der Räder	Beschaffenheit der Pfannen	Reibungs-Koefficient
1) $76\frac{1}{5}$ Zentner	gebrauchte hartgegossene	von Gußeisen 4″ breit	$\frac{1}{210}$
2) $76\frac{1}{4}$ Zentner	weichgegossen abgenutzt	von Messing $1\frac{1}{2}$″ breit	$\frac{1}{180}$
3) 4 Wagen 93 Zentner	3 mit hart, 1 mit weich gegossenen	von Gußeisen 4″ breit	$\frac{1}{190}$
4) 4 Wagen 93 Zentner	3 m. weich, 1 m. hart gegossenen	von Messing $1\frac{1}{2}$″ breit	$\frac{1}{140}$
5) 4 Wagen 93 Zentner	mit weichen abgenutzten	von Schmiedeeisen $1\frac{1}{4}$″ breit	$\frac{1}{114}$
6) 12 Wagen 279 Zentner	von No. 3, 4 und 5		$\frac{1}{147}$
7) 4 Wagen 93 Zentner	hart gegossen	Gußeisen 4″ breit	$\frac{1}{208}$
8) 4 Wagen 93 Zentner	hart gegossen	von Messing $1\frac{1}{2}$″ breit	$\frac{1}{403}$
9) 4 Wagen 93 Zentner	weich und abgenutzt	von Gußeisen 4″ breit	$\frac{1}{151}$
10) 4 Wagen 93 Zentner	weich und abgenutzt	von Messing $1\frac{1}{2}$″ breit	$\frac{1}{180}$
11) 4 Wagen 93 Zentner	hart gegossen	von Schmiedeeisen $1\frac{1}{4}$″ breit	$\frac{1}{151}$

Es geht hieraus hervor, daß wenn man den Effekt des Wagen mit harten Rädern und Pfannen von Gußeisen = 1 setzt, die übrigen in folgendem Verhältnisse stehen:

harte Räder, messingene Pfannen	=	0,904
harte Räder, schmiedeeisene Pfannen	=	0,707
weiche Räder, gußeisene Pfannen	=	0,707
weiche Räder, messingene Pfannen	=	0,644
weiche Räder, schmiedeeisene Pfannen	=	0,534

Besondere Versuche haben auch gezeigt, daß englische Schienen, nämlich solche mit Kanten (edge rails) einen entschiedenen Vortheil vor ganz flachen deutschen (plate rails) haben.

Im Durchschnitt kann der Reibungs-Koefficient auf gußeisenen englischen Schienen bei einem Verhältnisse der Rad- und Axendurchmesser von 12:1 mit hart gegossenen Rädern, breiten Pfannen und wenn Räder und Axen $\frac{1}{7}$ bis $\frac{1}{8}$ der ganzen Wagenlast betragen, zu $\frac{1}{200}$ oder 0,005 angenommen werden.

§. 85.

Wenn Seile bei Maschinen um Rollen oder Walzen gebogen werden, so ist eine gewisse Kraft nöthig, um die Steifigkeit derselben zu überwinden. Je dicker das Seil und je kleiner der Halbmesser der Rolle ist, desto mehr Kraft ist erforderlich, um es zu biegen.

Aus vielen Versuchen von Amonton und Coulomb ergiebt sich, daß die Steifigkeit eines Seiles im direkten Verhältnisse mit dem Gewichte, welches dasselbe spannt, aber im umgekehrten mit dem Diameter der Rollen ist. Ferner kann man annehmen, daß sich die Steifigkeit zweier Seile, wie die Quadrate ihrer Diameter verhalten. Durch die

Ausmittelung eines Koefficienten $K = \frac{1}{285{,}98}$ findet man die erforderliche Kraft zum Biegen eines Seils über eine Rolle $F = \frac{K \delta^2 Q}{r}$, wo δ die Dicke des Seils in rheinländischen Linien, r den Halbmesser der Rolle in rheinländischen Zollen und Q die Spannung, nämlich das Gewicht der Last ausdrückt, was nicht außer Acht zu lassen ist. Auch findet sich $F = \frac{\delta^2 Q}{3500 r}$.

XV. Capitel.

Vom Schwerpunkte.

§. 86.

Wenn mehrere Gewichte an einer oder mehreren mit einander fest verbundenen steifen Linien oder Ebenen angebracht sind, so nennt man denjenigen Punkt, welcher gehörig unterstützt werden muß, wenn die Gewichte in allen Lagen der Linien oder Ebenen im Gleichgewichte oder in Ruhe bleiben sollen, den Schwerpunkt, welcher bei einer geraden Linie in der Mitte derselben liegt.

Ein an einem Faden aufgehängter Körper ist nur dann in Ruhe, wenn sein Schwerpunkt mit dem Faden in einerlei vertikale Linie fällt, welche man den Durchmesser der Schwere nennt. Hängt man denselben Körper an einem andern Punkte

auf, so wird sein Schwerpunkt ebenfalls so lange sinken, bis er sich in der verlängerten Linie des Fadens befindet und man erhält durch dieses praktische Mittel einen zweiten Durchmesser der Schwere. Im Durchschnittspunkte beider Durchmesser liegt der Schwerpunkt des Körpers. Dieses Verfahren ist sehr dienlich, wenn von Körpern der Schwerpunkt gefunden werden soll, welche aus verschiedenen Materien zusammengesetzt sind, die nicht einerlei specifisches Gewicht haben.

Bei nachstehenden Bestimmungen wird eine gleichförmige Dichtigkeit der Körper vorausgesetzt.

§. 87.

Der Schwerpunkt eines Kreises und des Umfangs einer jeden regelmäßigen um oder in einem Kreise beschriebenen Figur liegt im Mittelpunkte desselben.

§. 88.

Um den Schwerpunkt eines beliebigen Dreiecks abc Fig. 52, zu finden, theile man irgend eine der Seiten, z. B. ab in zwei gleiche Theile und ziehe von diesem Theilungspunkte zur gegenüberliegenden Spitze c eine gerade Linie. Wird diese in drei gleiche Theile getheilt, so ist der der getheilten Dreieckseite zunächst liegende Theilungspunkt der Schwerpunkt des ganzen Dreieckes.

§. 89.

Bei Parallelogrammen liegt der Schwerpunkt im Durchschnittspunkte der Diagonalen.

§. 90.

Der Schwerpunkt eines jeden Vierecks acbe, Fig. 52, wird gefunden, wenn man dasselbe durch eine Diagonale ab in zwei Dreiecke theilt und durch die gesuchten Schwerpunkte df dieser Dreiecke eine Linie zieht, hierauf das Viereck durch die zweite Diagonale ce in andere zwei Dreiecke theilt und durch die Schwerpunkte gh dieser Dreiecke ebenfalls eine Linie zieht. In dem Durchschnittspunkte dieser Linien liegt der Schwerpunkt des Vierecks.

§. 91.

Den Schwerpunkt eines Fünfecks findet man auf ähnliche Weise durch eine doppelte diagonale Theilung in je zwei Vierecke und je zwei Dreiecke, und durch die Durchkreuzung der durch die Schwerpunkte gezogenen Linien, so wie auch dasselbe Verfahren für alle weiteren Vielecke gilt.

§. 92.

Den Schwerpunkt eines Kreisausschnitts giebt folgende Proportion. Wie sich der Bogen des Ausschnitts zu seiner Sehne verhält, so verhalten sich $\frac{2}{3}$ des Halbmessers zur Entfernung des Schwerpunkts vom Mittelpunkte.

§. 93.

Der Schwerpunkt eines Halbkreises liegt $\frac{14}{33}$ des denselben in zwei Quadranten theilenden Halbmessers vom Mittelpunkte entfernt.

§. 94.

Den Abstand des Schwerpunkts eines Kreisabschnitts vom Mittelpunkte des zugehörigen Kreises findet man, wenn der Kubus von der Sehne

des Abschnitts durch das Zwölffache seines Inhalts dividirt wird.

§. 95.

Der Schwerpunkt einer halben elliptischen Fläche ist eben so weit vom Mittelpunkte entfernt, als der Schwerpunkt einer halben Kreisfläche, deren Halbmesser mit der halben kleinen Axe der Ellipse und deren Mittelpunkt mit dem der Ellipse übereinkommt.

Der Schwerpunkt einer Parabelfläche ist $\frac{3}{5}$ ihrer Höhe vom Scheitel entfernt.

§. 96.

Der Schwerpunkt einer Kugel liegt in ihrem Mittelpunkte und einer Halbkugel $\frac{3}{8}$ des Halbmessers vom Mittelpunkte entfernt.

§. 97.

Der Schwerpunkt eines Cylinders und eines jeden regulären Prismas liegt in der Mitte der durch die Schwerpunkte der beiden Endflächen gehenden geraden Linie.

§. 98.

Der Schwerpunkt einer drei= und mehrseitigen Pyramide liegt in der von ihrer Spitze nach dem Schwerpunkte der Grundfläche gezogenen Linie und zwar $\frac{3}{4}$ dieser Linie von der Spitze entfernt.

Bei einem Kegel findet dasselbe Verhältniß statt.

Wenn a die Länge der Axe einer abgekürzten Pyramide, S und s die Längen zweier ähnlich liegender Begränzungslinien der parallelen Ober= und Unterfläche bezeichnen, so ist die Entfernung des

Schwerpunkts der abgekürzten Pyramide von der Grundfläche $= \frac{a}{4} \cdot \frac{S^2 + 2sS + 3s^2}{S^2 + Ss + s^2}$.

Für den abgekürzten Kegel werden für S und s die Durchmesser der Kreisflächen gesetzt.

§. 99.

Der Schwerpunkt eines Kugelgewölbes, d. i. einer ausgehöhlten halben Kugel, wird durch nachstehende Formel gefunden. Setzt man den Halbmesser der äußern Fläche $= R$, den der innern $= r$, so ist der Abstand des Schwerpunkts des Gewölbes von dessen Mittelpunkt gegen den Scheitel

$$= \left(\frac{R^4 - r^4}{R^3 - r^3}\right)$$

Wenn von der Durchschnittsfläche eines Gewölbes, welche zwischen koncentrischen Kreisbogen und verlängerten Halbmessern eingeschlossen ist, die Sehne des äußern Bogens S, und den Bogen selbst B bezeichnet, so ist der Abstand des Schwerpunkts dieser Fläche vom Mittelpunkte $= \frac{2S}{3B} \cdot \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2}$

§. 100.

Der Schwerpunkt eines parabolischen Kanoids ist $\frac{2}{3}$ der Axe vom Scheitel entfernt, jener eines halben elliptischen Kanoids $\frac{5}{8}$ der halben Axe, wie bei einer Halbkugel.

XVI. Capitel.

Von der Stabilität.

§. 101.

Ein jeder Körper, dessen Schwerpunkt unterstützt ist, kann nicht umfallen, so lange keine andern Kräfte auf ihn wirken. Setzt man voraus, daß der Körper auf einem festen wagerechten Boden steht und durch eine auf seinen Schwerpunkt wirkende Kraft, deren Richtung parallel mit dem Boden geht, nicht fortgeschoben, sondern umgeworfen werden kann, so nennt man diese Kraft, welche nur so groß angenommen wird, als zur Ueberwältigung des aus dem Gewichte des Körpers entspringenden Widerstandes erforderlich ist, die Standfähigkeit oder Stabilität des Körpers nach dieser Seite.

Steht der Körper nicht unmittelbar auf dem Boden, sondern ist er auf Stützen gestellt, so gilt diejenige Fläche als Grundfläche des Körpers, welche durch die von den äußersten Punkten der Stützen zusammengezogenen geraden Linien begränzt wird.

Wenn Q das Gewicht des Körpers de Fig. 53 bedeutet, welches nach der vertikalen Richtung ae wirkt und S die Stabilität, oder diejenige Kraft, welche im Schwerpunkte a nach der Richtung ab der Kraft Q das Gleichgewicht hält; so muß nach der Hebellehre $hb \times S = ch \times Q$ sein. S ist daher $= \frac{ch \times Q}{hb}$.

Hieraus folgt, daß die Stabilität eines Kör-

pers de um desto größer ist, je niedriger sein Schwerpunkt a liegt, je größer sein Gewicht ist und je weiter das Loth ac durch den Schwerpunkt auf die Grundfläche von der Seite fg absteht, daher kommt der Pyramidal-Form die größte Stabilität nach jeder Seite zu.

Ist ch = o, so hat der Körper gar keine Stabilität und kann von der geringsten Kraft umgeworfen werden.

Fällt das Loth durch den Schwerpunkt über die Grundfläche hinaus, so muß der Körper umfallen.

§. 102.

Die Stabilität einer lothrechten geraden Mauer ist, wenn d ihre Dicke, l ihre Länge, h ihre Höhe und g das Gewicht eines Kubikfußes ihrer Materie bedeutet $= \frac{d}{h} \cdot g \cdot d \cdot l \cdot h = g \cdot l \cdot d^2$

Die Stabilität einer lothrechten Mauer ist demnach ihrer Länge und dem Quadrate ihrer Dicke proportional und hängt also nicht von ihrer Höhe ab, wenn sie als freistehend betrachtet und von allen auf sie zufällig wirkenden Kräften, z. B. dem Winde, abstrahirt wird.

Verschiedene Mauern, welche aus einerlei Material von gleicher Dicke auf gleich festem Grunde aufgeführt sind, haben daher gleiche Stabilität, wenn auch ihre Höhe verschieden ist. Die Stabilität einer lothrechten Mauer wächst aber mit ihrer Dicke im Verhältnisse des Quadrats der Zunahme. Es hat also eine 2 Fuß dicke Mauer 4 mal mehr Stabilität als eine 1 Fuß dicke, eine 3 Fuß dicke 9 mal mehr, eine 4 Fuß dicke 16 mal

mehr und eine 5 Fuß dicke 25 mal mehr Stabilität.

Eine Mauer, welche bei übrigens gleichen Abmessungen doppelt so viel Stabilität als eine andere haben soll, muß nahe um $\frac{2}{7}$ dicker seyn. Soll die Stabilität dreimal so groß seyn, so muß die Mauer 1,732 so dick als die einfache werden und so fort im Verhältnisse der Wurzelzahl der geforderten Stabilität.

§. 103.

Die Stabilität einer geraden Mauer, deren Querschnitt ein Trapez nach Fig. 54 bildet, wird gefunden, wenn man den Abstand des Lothes aus dem Schwerpunkte a vom Drehpunkte c mit der Entfernung des Schwerpunktes von der Grundlinie dividirt und den Quotienten mit dem ganzen Gewichte Q der Mauer multiplicirt, nämlich

$$S = \frac{bc}{ab} \cdot Q$$

Die Stabilität einer Mauer von einem trapezförmigen Profile, deren obere Dicke den vierten Theil der untern beträgt, ist doppelt so groß als die Stabilität einer gleich dicken senkrechten Mauer, welche mit der trapezförmigen gleiche Länge und Höhe und gleichen Inhalt hat.

Soll daher das Profil einer gleich dicken senkrechten Mauer in ein anderes vom gleichen Inhalte, aber doppelter Stabilität, verwandelt werden, so nehme man $\frac{2}{5}$ der Dicke der rechtwinklichen Mauer zur obern und $\frac{8}{5}$ zur untern Breite eines trapezförmigen Profils.

§. 104.

Die Stabilität eines Pfeilers, dessen Grund-

fläche ein Quadrat bildet, verhält sich zur Stabilität einer runden Säule, deren Grundfläche von gleichem Inhalte ist, wie 39 zu 44.

§. 105.

Die Stabilität einer gleich dicken Mauer läßt sich ohne Vermehrung ihrer Masse dadurch vergrößern, daß man ihre Dicke vermindert und dafür Strebepfeiler (contreforts) anbringt, oder sie mit Fußbänken (banquets) versieht.

Fig. 55 abcd sey der Grundriß einer Mauer mit Strebepfeilern an einer Seite.

Setzt man $d = eh$, $b = ef$, $\delta = cd$ und $\beta = ck$, dann die Höhe der Mauer $= h$ und das Gewicht eines Kubikfußes derselben $= g$; so ist, wenn angenommen wird, daß die Pfeiler sich nicht verjüngen, sondern gleich stark in gleicher Höhe der Mauer angesetzt sind.

Die Stabilität eines Pfeilers nach der Seite $dh = g \cdot \beta\delta^2$, die Stabilität der Zwischenmauer $efhl = g \cdot bd^2$ und für beide zusammen $= g(\beta\delta^2 + bd^2)$.

Gegen die Seite, an welcher die Pfeiler stehen, ist dagegen die Stabilität des Mauertheils $cdhlfek = g\,(\beta\delta^2 + 2bd\delta - bd^2)$.

Stehen die Pfeiler auf beiden Seiten, so ist die Stabilität des Mauertheils cdgihlfek gegen jede Seite $= g\,(\beta\delta^2 + bd\delta)$

§. 106.

Um einem Gebäude die erforderliche Stabilität zu verschaffen, kommt es daher nicht allein auf die Dicke der Umfassungsmauern an, sondern auch auf die mehr oder mindern Zwischenmauern, vorausgesetzt wenn sie in einem guten Verbande stehen.

Ein Haus mit dünnen Umfassungsmauern, aber kleinen innern Gemächern, hat mehr Stabilität, als ein gleich großes mit dickern Umfassungsmauern, aber großen innern Räumen, und deßwegen wenigern Zwischenwänden.

Die Vorsicht gebietet aber bei isolirt stehenden Mauern möglichst breite Fundamente oder die Ansetzung von Pfeilern in gehörigen Entfernungen.

§. 107.

Bei sogenannten Futtermauern muß bei Bestimmung ihrer Profile auch der Druck der hinter denselben liegenden Erde und die zufällige Belastung durch nahe stehende Gebäude, so wie auch bei Stützmauern an Straßen und Brücken die Erschütterung durch Lastwägen berücksichtigt werden. Wenn e das Gewicht eines Kubikfußes Erde, h die senkrechte Höhe der Futtermauer an der äußern Seite, n den Reibungskoefficienten für Erde auf Erde, m den für Erde auf Mauerwerk, b die Grundlinie der innern Mauer-Böschung und a die Länge der innern Böschungslinie von oben bis zur Basis bezeichnet, so ist nach des kön. preuß. Oberlandes-Baudirektors Herrn Eitelwein Berechnung der größte Horizontaldruck der Hinterfüllung gegen eine Futtermauer

$V = \frac{1}{2}\, e h^2$ multiplicirt mit dem Quadrate von

$$\left\{\frac{h + nb}{\frac{h}{a}\sqrt{[(n^2+1)(a^2-mbh)]}+\sqrt{[nh(nh+mh-b)]}}\right\}$$

Für eine vollkommen flüssige Masse wird n und $m = o$ und $V = \frac{1}{2}\, e h^2$.

Unter übrigens gleichen Umständen verhält sich

der horizontale Erddruck bei verschiedenen Höhen wie die Quadrate dieser Höhen.

Ist der Neigungswinkel α für irgend eine Erdart bekannt, unter welchem bei Aufhäufung einer lockern Masse die Böschung sich formirt, so kann daraus das Verhältniß der Reibung zum Druck oder n gefunden werden. Nachstehende Tabelle giebt die Böschungswinkel für verschiedenes Füllmaterial an.

	α	n
angefeuchteter Sand	24°	0,445
nasse Gartenerde	27°	0,510
trockener Sand	32°	0,625
Kiesel und kleine Steine . . .	36°	0,727
trockene pulverisirte Gartenerde	37°	0,754
trockener pulverisirter Lehm . .	40°	0,839
trockene pulverisirte Thonerde .	45°	1,000
trockener pulverisirter Steinkalk	50°	1,192

Das Moment des Erddrucks gegen die Mauer M ist $= \frac{1}{3}$ hV und diesen muß das Moment des Mauerprofils, das ist die Stabilität der Mauer gleich kommen, wenn nur das Gleichgewicht hergestellt seyn soll, was indessen noch nicht genügt.

Um sicher zu gehen, hat Herr Eytelwein bei Berechnung der Mauer-Dimensionen in nachstehender Tabelle das Gewicht der Füllerde mit Rücksicht auf zufällige Belastungen um die Hälfte größer als das des Mauerwerks und den Böschungswinkel $\alpha = 30°$ angenommen. Ferner setzt er die Oberbreite $= \frac{1}{6}$ h, da man sie in der Ausführung nicht wohl scharfkantig machen kann.

Höhe der Mauer	Ober- und Unterbreite einer senkrechten Mauer	Wenn die obere Breite zu $\frac{1}{6}$ der Höhe genommen wird	
	obere Breite	untere Breite	obere Breite
	Fuß	Fuß	Fuß
6	1,768	1,000	2,104
7	2,062	1,167	2,445
8	2,357	1,333	2,806
9	2,651	1,500	3,156
10	2,946	1,667	3,507
11	3,241	1,833	3,858
12	3,535	2,000	4,208
13	3,830	2,167	4,559
14	4,124	2,333	4,910
15	4,419	2,500	5,261
16	4,714	2,667	5,611
17	5,008	2,833	5,962
18	5,303	3,000	6,313
19	5,697	3,167	6,663
20	5,892	3,333	7,014
21	6,187	3,500	7,365
22	6,481	3,667	7,715
23	6,776	3,833	8,066
24	7,070	4,000	8,417
25	7,365	4,162	8,768
30	8,838	5,000	10,521
40	11,748	6,667	14,028
50	14,730	8,333	17,535
60	17,676	10,000	21,042

Höhe der Mauer	Wenn die Futtermauer mit einer Fußbank versehen ist			
	obere Breite	untere Breite	Höhe der Fußbank	Breite der Fußbank
	Fuß	Fuß	Fuß	Fuß
6	1,000	1,768	2,607	0,769
7	1,167	2,062	3,042	0,897
8	1,333	2,357	3,476	1,025
9	1,500	2,651	3,911	1,153
10	1,667	2,946	4,345	1,281
11	1,833	3,241	4,780	1,409
12	2,000	3,535	5,214	1,537
13	2,167	3,830	5,649	1,665
14	2,333	4,124	6,083	1,793
15	2,500	4,419	6,518	1,921
16	2,667	4,714	6,952	2,050
17	2,833	5,008	7,387	2,178
18	3,000	5,303	7,821	2,306
19	3,467	5,597	8,256	2,434
20	3,333	5,000	8,690	2,562
21	3,500	6,187	9,125	2,690
22	3,667	6,481	9,559	2,818
23	3,833	6,776	9,994	2,946
24	4,000	7,070	10,428	3,074
25	4,167	7,365	10,863	3,203
30	5,000	8,838	13,035	3,843
40	6,667	11,748	17,420	5,124
50	8,333	14,730	21,725	6,405
60	10,000	17,676	26,070	7,686

Höhe der Mauer	Wenn die Futtermauer mit Strebepfeilern versehen ist			
	Ober= und Unter=Breite	lichte Entfernung der Pfeiler	Länge der Pfeiler	Dicke der Pfeiler
	Fuß	Fuß	Fuß	Fuß
6	1,427	6	1,50	1,2
7	1,665	7	1,75	1,4
8	1,902	8	2,00	1,6
9	2,140	9	2,25	1,8
10	2,378	10	2,50	2,0
11	2,616	11	2,75	2,2
12	2,854	12	3,00	2,4
13	3,091	13	3,25	2,6
14	3,329	14	3,50	2,8
15	3,567	15	3,75	3,0
16	3,805	16	4,00	3,2
17	4'043	17	4,25	3,4
18	4,280	18	4,50	3,6
19	4,519	19	4,75	3,8
20	4,756	20	5,00	4,0
21	4,994	21	5,25	4,2
22	5,232	22	5,50	4,4
23	5,469	23	5,75	4,6
24	5,707	24	6,00	4,8
25	5,945	25	6,25	5,0
30	7,134	30	7,50	6,0
40	9,512	40	10,00	8,0
50	11,890	50	12,50	10,0
60	14,268	60	15,00	12,0

Höhe der Mauer	Wenn die Mauer Erschütterungen auszuhalten hat z. B. von Lastwägen		
	Ober- und Unter-Breite einer senkrechten Mauer	Wenn die Ober-Breite zu $\frac{1}{6}$ der Höhe genommen wird	
		obere Breite	untere Breite
	Fuß	Fuß	Fuß
6	2,165	1,2	2,763
7	2,526	1,4	3,224
8	2,886	1,6	3,684
9	3,247	1,8	4,145
10	3,608	2,0	4,605
11	3,969	2,2	5,066
12	4,330	2,4	5,526
13	4,690	2,6	5,987
14	5,051	2,8	6,447
15	5,412	3,0	6,908
16	5,773	3,2	7,368
17	6,144	3,4	7,829
18	6,494	3,6	8,289
19	6,855	3,8	8,749
20	7,216	4,0	9,210
21	7,577	4,2	9,671
22	7,938	4,4	10,131
23	8,298	4,6	10,592
24	8,659	4,8	11,052
25	9,020	5,0	11,513
30	10,824	6,0	13,815
40	14,432	8,0	18,420
50	18,040	10,0	23,025
60	21,648	12,0	27,630

Höhe der Mauer	Wenn die Mauer Erschütterungen auszuhalten hat, aber mit einer Fußbank versehen ist			
	obere Breite	untere Breite	Höhe der Fußbank	Breite der Fußbank
	Fuß	Fuß	Fuß	Fuß
6	1,2	2,164	2,674	0,964
7	1,4	2,525	3,119	1,125
8	1,6	2,886	3,565	1,286
9	1,8	3,246	4,010	1,446
10	2,0	3,607	4,456	1,607
11	2,2	3,968	4,902	1,768
12	2,4	4,323	5,347	1,928
13	2,6	4,689	5,793	2,039
14	2,8	5,049	6,238	2,250
15	3,0	5,411	6,684	2,411
16	3,2	5,771	7,129	2,571
17	3,4	6,132	7,575	2,732
18	3,6	6,493	8,021	2,893
19	3,8	6,853	8,466	3,053
20	4,0	7,214	8,912	3,214
21	4,2	7,575	9,358	3,375
22	4,4	7,935	9,803	3,535
23	4,6	8,296	10,249	3,696
24	4,8	8,657	10,694	3,857
25	5,0	9,017	11,100	4,017
30	6,0	10,828	13,368	4,822
40	8,0	14,428	17,824	6,428
50	10,0	18,035	22,280	8,035
60	12,0	21,642	26,736	9,642

Höhe der Mauer	Wenn die Mauer Erschütterungen auszuhalten hat, aber mit Strebepfeilern versehen ist			
	Ober- und Unter-Breite	lichte Entfernung der Pfeiler	Länge der Pfeiler	Dicke der Pfeiler
	Fuß	Fuß	Fuß	Fuß
6	1,841	6	1,50	1,2
7	2,148	7	1,75	1,4
8	2,455	8	2,00	1,6
9	2,702	9	2,25	1,8
10	3,069	10	2,50	2,0
11	3,376	11	2,75	2,2
12	3,683	12	3,00	2,4
13	3,990	13	3,25	2,6
14	4,297	14	3,50	2,8
15	4,604	15	3,75	3,0
16	4,910	16	4,00	3,2
17	5,217	17	4,25	3,4
18	5,624	18	4,50	3,6
19	5,931	19	4,75	3,8
20	6,138	20	5,00	4,0
21	6,445	21	5,25	4,2
22	6,752	22	5,50	4,4
23	7,059	23	5,75	4,6
24	7,366	24	6,00	4,8
25	7,672	25	6,25	5,0
30	9,207	30	7,50	6,0
40	12,276	40	10,00	8,0
50	15,345	50	12,50	10,0
60	18,414	60	15,00	12,0

XVII. Capitel.

Von der Festigkeit der Materialien.

§. 108.

Der Baumeister hat die Festigkeit der Materialien nach verschiedenen Beziehungen zu berücksichtigen, nämlich in Hinsicht auf den Widerstand derselben gegen das Zerreissen, das Zerbrechen, das Abdrehen und das Zerdrücken.

1) Die absolute oder Longitudinal-Festigkeit ist diejenige, welche ein prismatisch geformter Körper äußert, wenn man ihn nach seiner Länge zu zerreissen sucht.

2) Die respective oder transversale Festigkeit ist die, welche derselbe Körper äußert, wenn ihn eine Last in senkrechter Richtung auf seine Länge zu zerbrechen strebt.

3) Von der ersten und zweiten verschieden ist der Widerstand, welchen ein Körper gegen das Drehen um eine gemeinschaftliche Axe äußert, auch Torsionswiderstand genannt.

4) Die rückwirkende Festigkeit ist aber diejenige, welche der Körper gegen eine in der Richtung seiner Länge auf ihn wirkende Kraft äußert, welche ihn zu zerdrücken oder zu zerknicken sucht.

§. 109.

Nach Muschenbröcks, Quantins und Eytelweins Versuchen ergaben sich für die absolute Festigkeit verschiedener Materialien folgende Mittelwerthe der Gewichte, womit ~~Stücke~~ Stücken von 1 rheinl. Quadratzoll Durchschnitt zerrissen wurden.

	berl. Pfund.
Apfelbaumholz	= 10018
Birnbaum	= 11156
Rothbuchen	= 22360
Eichen	= 26600
Fichten oder Rothtannen	= 10920
Weißtannen	= 15400
Kiefern	= 17854
Weißdorn	= 18358
Eschen	= 21488
Kirschbaum	= 13978
Nußbaum	= 14261
Ulmen	= 14857
Weiden	= 15709
Linden	= 13870
Seile von Hanf gedreht	= 9000
Eisen gegossenes deutsches	= 70433
Eisen geschmiedetes sehr gutes	0 = 78935
Eisen geschmiedt. gemeines	= 71300
Stahl bester Sorte	= 125519
Eisendrath	= 60433
Kupfer geschmiedetes	= 41128
Messingdraht	= 48480
Kupferdraht	= 40205
Silberdraht	= 49690
Bleidraht	= 3934
Zinndraht	= 6609
Golddraht	= 67129

§. 110.

Stärke des Schmied- und Gußeisens, reducirt auf 1 bayr. Quadrat-Zoll in bayr. Pfunden.

Autoren	Eisendraht	Pfunde
Seguin	von circa 1''' Durchmesser .	63360
Buffon	do. "	63360
Telford	do. $\frac{1}{10}$'' "	67162
Dufour	do. von $\frac{4}{10}$ bis $1\frac{8}{10}$ . . .	71280
	Stangeneisen (geschmiedetes)	
Perronet	Runde St. v. $3\frac{1}{2}$''' bis $4\frac{1}{2}$''' Stärke	44564
Poleni	Viereckige v. 2''' . . . . . "	46993
Sufflot u. Rondelet	do. v. 2''' — 6''' . .	49422
Rennie	do. v. 3''' schwedisch Eisen	53339
"	do. do. englisch "	41368
Perronet	do. do. " "	53280
"	do. v. $4\frac{1}{8}$''' " "	39600
Brunel	do. v. $\frac{5}{8}$'' bestes Yorkshire,	53746
"	do. do, 2te Qualität .	50447
Perronet	do. v. $5\frac{1}{2}$''' " " . .	37800

Autoren	Eisendraht	Pfunde
	Stangeneisen (geschmiedetes)	
Telford	Viereckige von 1″—2″ Stärke	48682
Brown (Capt.)	do. do. do.	41607
	Gußeisen	
Rennie	do. do. ¼″ do.	14163
Brown	do. do. 1″—1¼″	16614

Navier sagt: im Durchschnitt kann man annehmen, daß das Eisen bei einer Belastung von 40 Kilgr. pr. □ Millimeter d. i. bei 42240 ℔ pr. □″, zerreißt. Eine aufmerksame Prüfung der Versuche und das Beispiel bestehender Bauwerke lehrt aber, daß man eine Eisenstange nie mit einer beständigen Last von mehr als 6336 bis 7392 ℔, und nie mit einer Gesammtlast, nämlich beständiger und zufälliger zusammengenommen, von mehr als 8448 bis 10560 ℔ pr. □″ belasten soll.

Nach angestellten Berechnungen haben die Ketten der größten englischen Kettenbrücken bei ihrer größtmöglichsten Belastung ⅓ der Last zu tragen, welche sie zerreissen würde.

Bemerkenswerth ist noch, daß aus einer Vergleichung der bekannten Versuche über die absolute Festigkeit der Metalle, besonders des Eisens, sich ergiebt, daß

1) mit der Zunahme der Querschnitte die Fe-

stigkeit nicht gleichmäßig wächst, sondern daß die dünnsten Eisenstäbe unter $\frac{1}{10}$ Zoll Querschnitt die größte Festigkeit äußern; daß

2) mit Zunahme des Querschnitts von $\frac{1}{10}$ zu $\frac{1}{10}$ Quadratzoll jedesmal ungefähr um 10 Zentner weniger anzunehmen ist, als nach dem Verhältnisse der Fläche treffen würde, und

3) rund geschmiedete Stäbe, so wie flache Schienen mehr Festigkeit als quadratische Stangen von gleichem Querschnitte besitzen.

Dieses kommt davon her, weil sich die Komprimirung des Eisens durch Hämmer oder Walzen nicht gleichförmig durch die ganze Masse der Stangen erstreckt, sondern gegen innen zu abnimmt.

Lange Ketten, an welchen Lasten aus großen Tiefen aufgezogen werden und wobei also das Gewicht der Kette selbst in Anschlag zu bringen ist, müssen von unten nach oben in einer geometrischen Progression an Stärke zunehmen, wenn in jedem Querschnitte das Tragvermögen gleich sein soll.

Wenn nämlich T das Gewicht des angehängten Gefäßes, Q die Last in demselben und q diejenige Last bedeutet, welche eine Klafter-Kette, die 1 Pfund wiegt, mit Sicherheit zu tragen vermag, so ist $q : 1 = Q + T : \frac{Q + T}{q}$ und $\frac{Q + T}{q}$ gleich dem Gewichte der ersten untersten Klafter der Kette für die Last $Q + T$. Ferner ist

$$Q + T + \frac{Q + T}{q} = (Q + T)(1 + \frac{1}{q}) = \text{dem}$$

Gewichte der ersten Klafter-Kette mit der angehängten Last. Das nöthige Gewicht für die zweite Klafter der Kette erhält man

$$q : 1 = (Q + T)(1 + \frac{1}{q}) : (\frac{Q + T}{q})(1 + \frac{1}{q})$$

Bezeichnet man die Anzahl Klaftern der ganzen Kette mit n, so ist das Gewicht der nten Klafter $= (\frac{Q + T}{q})(1 + \frac{1}{q})^{n - 1}$ und das Gewicht der am Ende der Kette angehängten Last sammt der ganzen Kette $= (Q + T)(1 + \frac{1}{q})^{n}$

Wenn $\varkappa$ die absolute Festigkeit des Eisens für einen Quadratzoll Durchschnittsfläche und ϱ den kreisförmigen Durchschnitt eines Kettenrings bedeutet, so ist die Festigkeit eines solchen $= 2\pi\varkappa\varrho^2$.

Tabelle über die mittlere absolute Stärke der Seile.

Durchmesser in Linien	Gewicht von 10 Fuß Länge in Pfunden	Stärke in Pfunden	Durchmesser in Linien	Gewicht von 10 Fuß Länge in Pfunden	Stärke in Pfunden
2	0,10	58	19	9,05	3976
3	0,22	100	20	10,00	4408
4	0,40	180	21	11,07	4860
5	0,63	276	22	11,90	5340
6	0,90	416	23	13,33	5838
7	1,22	540	24	14,40	6348
8	1,60	700	25	15,62	6888
9	2,02	892	26	16,90	7448
10	2,52	1112	27	18,22	8036
11	3,03	1332	28	19,60	8640
12	3,60	1588	29	21,50	9268
13	4,83	1868	30	22,50	9920
14	4,93	2160	31	24,02	10592
15	5,62	2480	32	25,60	11284
16	6,40	2820	33	27,22	12034
17	7,20	3184	34	28,20	12740
18	8,14	3312	35	30,62	13060
			36	32,40	14280

Bemerkung. Vorhergehende Tabelle ist für eine Resistenz von circa 200 Kilometer per Quadrat Centimeter berechnet und es kann für eine sichere Spannung ohne Anstand die Hälfte der Stärke angenommen werden. Die dicken Seile haben in ihrem Innern einen Docht, der nichts trägt und daher auch nicht in Anschlag gebracht wurde.

Jedes Seil von circa 4500 Fuß Länge reißt durch sein eigenes Gewicht.

Seile aus bloßen Litzen ohne Docht und nicht gedreht sind stärker und zwar nach folgendem Verhältnisse.

Durchmesser in Linien	Gewicht von 10 Fuß Länge in Pfunden	Stärke in Pfunden	Bemerkung
3	0,19	135	
$4\frac{2}{7}$	0,599	275	
6	1,171	540	
$7\frac{5}{7}$	1,933	893	Zur Sicherheit ist nur die Hälfte anzunehmen
9	2,629	1215	
$10\frac{2}{7}$	3,433	1587	
12	4,655	2160	
$13\frac{5}{7}$	6,080	2821	
15	7,270	3375	

Da bei ganz gleicher Dichtigkeit die absolute Festigkeit eines Körpers im geraden Verhältnisse mit seinem Querschnitte steht, so darf man nur z. B. die Zahl 10920 mit 25 multipliciren, um zu erfahren, wie groß das Gewicht seyn müßte, um eine Hängsäule von Fichtenholz von einem Durchschnitt von 25 Quadratzollen zu zerreissen. Handelt es sich aber darum, zu wissen, welche Last man mit voller Sicherheit an Metallstangen, an

Holz oder Seile aufhängen könne, so ist es rathsam, bei Metallen nur den 4ten, höchstens den 3ten Theil, bei den Holzarten nur den 3ten, und bei Seilen von bester Qualität die Hälfte der absoluten Festigkeit in Rechnung zu bringen, wobei jedoch zu beachten ist, daß nasse Seile $\frac{1}{3}$ weniger Stärke, als trockene und getheerte $\frac{1}{4}$ weniger als ungetheerte haben.

Sind die Körper, an welchen Lasten aufgehängt werden sollen, von beträchtlicher Länge, so muß bei einem ansehnlichen specifischen Gewichte derselben auch auf dieses Bedacht genommen werden. Setzt man die Länge $= l$, den Querschnitt $= f$, das spezifische Gewicht eines Körpers $= g$, dessen absolute Festigkeit für 1 Quadratzoll $= k$ so ist das Gewicht desselben $= g\gamma fl$, wo γ das Gewicht eines Kubikzolls Regenwasser bedeutet. Die Last Q, welche den prismatischen Körper zerreissen wird, muß $= fk - g\gamma fl$ seyn. Ist $Q = o$, oder $k = g\gamma l$, so zerreißt der Körper durch seine eigene Schwere, nämlich wenn $l = \frac{k}{g\gamma}$ ist.

Es giebt daher für die Länge der Kettenbrükken eine Grenze, denn eine 20700 Fuß lange Kette reißt durch ihr eigenes Gewicht.

§. 111.

Die respektive Festigkeit eines Balkens kann durch folgende Berechnung gefunden werden.

In eine vollkommen feste Wand iecf Fig. 56 sey horizontal ein parallelepipedischer Balken ad fest eingesetzt und am Ende a durch ein Gewicht Q so stark beschwert, daß er bei g abbricht. Nach diesem Gewichte wird seine respektive Festigkeit geschätzt.

Durch mühsame Versuche hat Herr Eytelwein für mehrere bei dem Bauwesen vorzüglich in Anwendung kommende Holzgattungen Verhältnißzahlen für die gefundenen respektiven Festigkeiten, welche er die Brechungs-Koefficienten nennt, ausgemittelt, und zwar:

für	Sommereichenholz	4000
=	Steineichen	4109
=	Kiefern	2878
=	Rothtannen, Fichten	2049
=	Weißtannen	2737
=	Rothbuchen	4710
=	Weißbuchen	3005
=	Erlen	3449

Mit Hülfe dieser Zahlen kann man die respektive Festigkeit eines jeden Balkens von den genannten Holzarten nach folgender Formel berechnen. Die Länge ak sey = l in rheinl. Fußen, die Höhe mn = h Zolle nnd die Breite b Zolle, die der Holzart zugehörige Verhältnißzahl = N und das Gewicht in berliner Pfunden, welches bei einer geringen Vergrößerung den Balken bei b abzubrechen vermag = Q; so ist $Q = N \frac{b h^2}{l}$

Will man das Gewicht des Balkens als Belastung mit in Rechnung bringen, so wirkt dasselbe auf das Biegen eben so, als wenn es zur Hälfte am Ende des Balkens als Last aufgehängt wäre.

Das Verhältniß der respektiven Festigkeit zweier Balken von verschiedenen Dimensionen gegen einander wird durch folgende Proportion gefunden.

$Q : Q' = \frac{bh^2}{l} : \frac{BH^2}{L}$, wenn Q, Q' die verschiedenen Festigkeiten b, B, die verschiedenen Breiten, h, H die Höhen und l, L die Längen bezeichnen.

Hieraus folgt auch, daß sich bei gleich langen und gleich breiten Balken die respektiven Festigkeiten wie die Quadrate der Höhen verhalten.

Für verschiedene Fälle der Befestigung und Belastung stellt folgende Tabelle eine Uebersicht der Formeln für das Tragvermögen horizontal liegender Balken dar.

	für die Last, welche den Balken im ersten Augenblicke zerbricht		für die Last, welche der Balken mit Sicherheit zu tragen vermag	
Art der Befestigung	Wenn sie im ersten Falle an dem andern Ende, im 2ten u. 3ten aber i. d. Mitte wirkt	Wenn sie gleichförmig auf dem Balken vertheilt ist	Wenn sie im ersten Falle am andern Ende, im 2n u. 3n in der Mitte wirkt	Wenn sie gleichförmig auf dem Balken vertheilt ist
	berl. Pfd.	brl. Pfd.	berl. Pfd.	brl. Pfd.
1) Wenn der Balken nur an einem Ende befestigt ist	$\frac{Nbh^2}{l}$	$\frac{2Nbh^2}{l}$	$\frac{Nb}{32}\frac{h^2}{l}$	$\frac{Nb}{16}\frac{h^2}{l}$
2) Wenn er mit seinen beiden Enden frei aufliegt	$\frac{4Nbh^2}{l}$	$\frac{8Nbh^2}{l}$	$\frac{Nbh^2}{8l}$	$\frac{Nbh^2}{4l}$
3) Wenn er mit seinen beid. End. fest verspannt ist	$\frac{8Nbh^2}{l}$	$\frac{16Nbh^2}{l}$	$\frac{Nbh^2}{4l}$	$\frac{Nb}{2}\frac{h^2}{l}$

Aus vorhergehender Tabelle ergiebt sich, daß ein an seinen beiden Enden befestigter Balken, ohne Rücksicht auf sein eigenes Gewicht, doppelt so viel, als ein frey aufliegender, und achtmal so viel als ein bloß an einem Ende befestigter Balken trägt.

Für die sichere Belastung ist nur der 32ste Theil derjenigen Last angenommen, bei welcher der Balken bricht.

Langsdorf rechnet hiefür bei 45jähriger Dauer den 16ten Theil und Navier den 10ten.

§. 112.

Für kleine hölzerne Stäbe hat das eigene Gewicht derselben auf den Bruch sehr wenig Einfluß, bei großen Balken muß es aber in Anschlag gebracht werden, weil das Tragvermögen um das halbe Gewicht des Balkens verringert wird, und weil sich Fälle ergeben können, wo ein langes und schweres Holz sein eigenes Gewicht, frey aufliegend, nicht zu tragen vermag.

Von dem Tragvermögen eines Modelles ist daher auch nicht auf jenes eines wirklich im Großen ausgeführten Bauwerkes, z. B. eines Gerüstes, einer Brücke zu schließen, denn das Gewicht der Theile verhält sich wie die Würfel der Linear-Dimensionen, die Stärke aber nur wie die Quadrate derselben.

§. 113.

Ein nach seiner Länge gleichförmig beschwerter Balken biegt sich nur eben so viel ein, als wenn er bloß in der Mitte mit $\frac{5}{8}$ dieser Last beschwert wäre.

Ein aus einem runden Stamme gezimmerter Balken ist am stärksten, wenn sich seine Breite zur

Höhe wie 5 zu 7 verhält, mit Rücksicht auf Verminderung des Einbiegens aber wie 4 zu 7. Das Tragungsvermögen eines und desselben Balkens, dessen Querschnitt ein Rechteck ist, steht, je nachdem man die größere oder kleinere Seite zur Höhe nimmt, mit diesen Höhen im geraden Verhältnisse, z. B. ein Balken von 6 Zoll Breite und 12 Zoll Höhe trägt nur die Hälfte, wenn er auf die Seite gelegt wird, von jener Last, welche er auf der schmalen Seite liegend tragen kann, weil die Tragkraft nach dem Verhältnisse des Quadrats der Höhe wächst.

Wenn man einen Balken nach der Länge so schneidet, daß die Durchschnittsfläche durch einerlei Diagonalen der Querschnitte des Balkens geht, so wird die obere Hälfte 3 mal so viel respektive Festigkeit als die untere haben.

Ist der Querschnitt eines Balkens ein Quadrat, so trägt derselbe in der Lage auf einer Seite nur 0,8 derjenigen Last, welche er auf einer scharfen Kante liegend, das ist, wenn eine Diagonale des Querschnitts senkrecht steht, zu tragen vermag.

Ein prismatischer Körper, dessen Durchschnitt ein gleichseitiges Dreieck ist, trägt auf einer Seite aufliegend nur $\frac{1}{3}$ der Last, die er zu tragen vermag, wenn er auf einer Kante liegt, so daß die gegenüber befindliche Seite in horizontaler Lage oben ist.

Das Tragvermögen eines Cylinders ist gleich $\frac{33}{56}$ oder 0,585 des Tragvermögens eines vierseitigen Prismas, dessen Querschnitt ein der Kreisfläche des Cylinders umschriebenes Quadrat ist, dagegen aber fast doppelt so groß als eines Prismas, dessen Querschnitt ein innerhalb dieses Kreises beschriebenes Quadrat ist.

Hieraus folgt, daß jene Baumeister, welche unnöthigerweise runde Bauhölzer vierkantig beschlagen lassen, deren Tragkraft sehr beträchtlich schwächen, was bei Brücken wohl zu beachten ist.

Die Tragkraft eines Balkens, dessen Länge und quadratförmiger Querschnitt der Länge und dem Querschnitte einer Walze gleich ist, verhält sich zur Tragkraft dieser Walze wie $\frac{8}{3}$ zu $\frac{5}{\sqrt{\pi}}$ oder wie 1 zu 1,057856.

Die respektiven Festigkeiten von halben Walzen verhalten sich je nach ihrer Lage, z. B. Fig. 57, wie c d a : a b c : a b d wie 0,9817477 : 0,6301621 und 0,3926966.

Wenn a den Abstand der Last von der Brechungsebene eines an einem Ende befestigten Cylinders, k die absolute Festigkeit für einen Quadratzoll Querschnitt und r den Radius des Cylinders bedeutet, so erhält man die respektive Festigkeit eines solchen:

$$Q = \frac{5\pi}{\varrho} \cdot \frac{kr^3}{a} = 1,9634954 \cdot \frac{kr^3}{a}.$$

Für ein Prisma, dessen Durchschnitt ein um die Kreisfläche beschriebenes Quadrat ist, erhält man bei unveränderter Länge, $Q = \frac{8kr^3}{3a}$ und es verhält sich daher die Festigkeit des Cylinders zu dieser wie 0,7363108 zu 1, oder beinahe wie 14 zu 19.

Liegt der Cylinder von gleicher Länge an beiden Enden frey auf, so ist seine respektive Festigkeit $= 1,9634954 \cdot \frac{4kr^3}{a}$; ist er an beiden Enden fest verspannt, so ist $Q = 1,9634954 \frac{8kr^3}{a}$.

Bei Anwendung dieser Gleichung muß, da k für einen Quadratzoll gilt auch r und a in Zollen ausgedrückt werden, um zu einem richtigen Resultat zu gelangen.

Die respektive Festigkeit einer cylindrischen Röhre findet man durch die Subtraktion der gesuchten Festigkeit des Cylinders vom kleinern Durchmesser von jener des Cylinders vom größern Durchmesser. Die respektive Festigkeit einer Cylinderröhre verhält sich zur Festigkeit eines gleich langen vollen Cylinders von gleicher Masse, wie 1 zu 0,824786, wenn der Halbmesser des kleinern vollen Cylinders die Hälfte von dem des äußern Kreises der Röhre ist.

Das Tragvermögen eines schief liegenden Balkens findet man, wenn man es zuvor für seine horizontale Lage sucht und dieses entweder mit dem Cosinus seines Neigungswinkels dividirt oder mit der Länge des Balkens multiplicirt und das Produkt mit der horizontalen Projektion des Balkens dividirt.

Ob übrigens ein horizontal liegender Balken eine Belastung in senkrechter Richtung von oben herab zu tragen, oder ein lothrecht stehender einer gleichen in horizontaler Richtung auf ihn wirkenden Kraft, bei übrigens gleichen Verhältnissen zu widerstehen hat, ist einerlei, nur muß bei dem liegenden noch das eigene Gewicht des Balkens in Rechnung gebracht werden.

Wenn ein an seinen beiden Enden unterstützter Balken bei einer gewissen auf seiner Mitte liegenden Last = P bricht, so ist derselbe Balken doch noch eine weit größere Belastung zu tragen im Stande, je weiter diese den Unterstützungs-Punkten näher gerückt wird.

Die größte Last, welche ein Balken in der Mitte

noch zu tragen vermag, sey = P, so wird er auf $\frac{1}{8}$ der Balkenlänge belastet 1,125 P, auf $\frac{1}{4}$ 1,333 P und auf $\frac{1}{10}$ der Länge von einem Stützpunkte aus 2,777 P tragen können.

Bei einigen Baukonstruktionen, wie z. B. bei Brücken, bei Eisenbahnen tritt der Fall ein, daß die Längenträger auf 2 Unterlagen frey aufliegen und über dieselben bestimmte Lasten der Länge nach fortrücken. Wenn das zu wählende Material kostspielig ist, so kann unbeschadet der erforderlichen Tragkraft gespart werden, wenn man den Trägern von der Mitte an gegen die Unterlagen eine abnehmende Höhe giebt und zwar bei Eisenbahnen, wie Fig. 58, nach einer Ellipsenlinie, von welcher $\frac{1}{2}$ a b die große und c d die kleine Halbaxe ist.

Hierauf soll auch bei dem horizontalen Durchschnitt der Schleußenthore und Ziehschützen an Durchlaßwehren Rücksicht genommen werden, um sie nicht unnöthiger Weise schwer zu machen.

Wenn ein Balken nicht an seinen beiden Enden unterstützt werden kann, sondern innerhalb derselben, so ist sein Tragvermögen für eine gleichförmig auf ihm vertheilte Last am größten, wenn seine ganze Länge in 24 Theile getheilt wird, und die Unterstützungen in Entfernungen von fünf solchen Theilen von den Endpunkten angebracht werden, so daß die Unterlagen um 14 Theile von einander abstehen. Diese Regel ist wichtig bei Stellung der Axen unter Frachtwägen, bei Baugerüsten u. s. w.

Nach Funke ist die sichere Tragkraft eines ganzen Bohlenbogens von Eichenholz $= 30000 \frac{b h^2}{l} \sin.\varphi$ wo b die Dicke, h die Höhe, l die innere Weite

und φ den Winkel bezeichnet, welchen die Sehne des halben Bogens mit der horizontalen Sehne des ganzen Bogens macht.

§. 114.

Die Erfahrung giebt, daß sich jedes elastische Materiale bei verschiedener Belastung mehr oder weniger einbiegt, empfiehlt aber die Annahmeder Regel, daß Bauhölzer sich nicht mehr als um den 288ten Theil ihrer Länge einbiegen sollen, und dieses wird nur dann erreicht, wenn die Belastung nicht größer ist, als daß sie noch das 6 bis 8 fache zu ertragen im Stande sind, bevor der Bruch derselben erfolgt.

Aus Herrn von Gerstners Versuchen ergaben sich mit Rücksicht auf diese Regel folgende Resultate.

Wenn G das Gewicht bezeichnet, welches ein Brückenstraßenträger von 12 Zoll Quadratseite bei 24 Fuß Entfernung der Unterstützungs-Punkte und der angenommenen zulässigen Senkung zu 1 Zoll in der Mitte, d. i. $\frac{1}{288}$ der Länge zu tragen vermag, und Q das Gewicht, wobei dieser Balken bricht, und wenn für den Kubikschuh Eichen- und Buchenholz $\frac{1}{2}$ Centner, für Fichten und Tannen aber nur $\frac{1}{3}$ Centner gerechnet wird, so fanden sich nach Abschlag des halben Gewichts der Balken folgende Mittelwerthe.

Für Eichenholz

G = 3802 ℔, Q = 32108, also G : Q = 1 : 8,45

für Buchenholz

G = 4156 ℔, Q = 34392, also G : Q = 1 : 8,27

für Fichtenholz

G = 6717 ℔, Q = 41016, also G : Q = 1 : 6,10

für Tannenholz

G = 6976 ℔, Q = 48356, also G : Q = 1 : 6,78

Aus den angestellten Versuchen stellte Herr von Gerstner für die Berechnung des Tragvermögens dieser Holzarten bei der angenommenen Senkung von $\frac{1}{4}$ Zoll auf jede Klafterlänge zwischen den Lagerpunkten folgende Gleichungen auf:

1) Für Eichenholz $G = 17607 \cdot \frac{BH^3}{L^3}$

2) „ Buchenholz $G = 19024 \cdot \frac{BH^3}{L^3}$

3) „ Fichtenholz $G = 28463 \cdot \frac{BH^3}{L^2}$

4) „ Tannenholz $G = 25683 \cdot \frac{BH^3}{L^2}$

Das Tragvermögen dieser Holzgattungen verhielte sich demnach gegen einander wie 1 : 1,08 : 1,62 : 1,46 und es ist bemerkenswerth, daß Tredgolds Erfahrungs-Resultate nur unbedeutend abweichen.

Nach Rondelet art de bâtir ergiebt sich für die relative Festigkeit des Gußeisens bis zum Bruch bei weißgrauem 3683 als Coefficient für einen Quadratzoll Durchschnitt, bei dunkelgrauem 6025.

Nach den im technischen Institute zu Prag angestellten Versuchen erhielt man für böhmisches Gußeisen 3416 bis 5228 als Mittelzahl 4382. Die Versuche wurden mit an beiden Enden frey aufliegenden Stäben gemacht, an welchen in ihrer Mitte die Belastung angehängt war.

Mit Sicherheit kann man nur den 3ten Theil der Last, bei welcher Gußeisen bricht, demselben als bleibende Last anvertrauen.

Zu erinnern ist, daß bei einem nur an einem Ende befestigten Prisma, nach §. 111, nur $\frac{1}{4}$ des

gefundenen Coefficienten, für ein an beiden Enden befestigtes aber der doppelte Betrag in Rechnung gebracht werden darf; für jeden Fall hat man aber zur Sicherheit von der gefundenen Last nur den dritten Theil zu nehmen.

Bei Metallen, z. B. bei Guß- oder Schmiedeeisen, welches bei dem Maschinen- und Bauwesen gebraucht wird, darf die zuläßige Biegung nach Tredgold bei vollkommener Elasticität nur zu dem 480sten Theil der Länge angenommen werden.

Nach dieser Annahme ist nach Gerstner die durch mehrere Versuche mit frey aufgelegten und in ihrer Mitte beschwerten Stäben für die sichere Tragkraft des Gußeisens gefundene Gleichung

$G = 94741 \cdot \frac{BH^3}{L^2}$, wenn G die Belastung in Pfunden, B die Breite, H die Höhe und L die Länge einer Eisenschiene in Zollen bezeichnet; für ordinäres Stab- oder Schmiedeeisen aber

$$G = 184036 \cdot \frac{B.H^3}{L^2}.$$

Nach mehrern im technischen Institute zu Prag mit großer Sorgfalt angestellten Versuchen verhalten sich die Gewichte, welche 6 Balken von gleichen Dimensionen B, H und L, jedoch von ungleicher Materie und zwar von Eichen, Buchen, Fichten, Tannen, dann Guß- und Schmiedeeisen bei gleicher Biegung ohne Rücksicht auf ihr eigenes Gewicht zu tragen vermögen, wie die Zahlen
17607 : 19024 : 28463 : 25683 :
34771 $(\frac{480}{288})$: 184036 $(\frac{480}{288})$ oder wie
1 : 1,08 : 1,62 : 1,46 : 8,97 : 17,42.

Es läßt sich hiernach leicht beurtheilen, wo Holz oder Eisen den Vorzug verdient.

Als eine Hauptregel bei dem allgemeinen Bauwesen gilt, daß man keinem Körper eine seinen elastischen Widerstand übersteigende Last anvertrauen solle, weil das geringste Uebermaß schon auf Zerstörung wirkt.

§. 115.

Vom Widerstande der Körper gegen Drehung. Wenn durch irgend eine Kraft, welche an dem Umfange eines Rades wirkt, z. B. durch den Stoß des Wasser an einem Mühlrade, eine Maschine in Bewegung gesetzt werden soll, so geschieht dieses mittelst einer Welle. Sind solche nicht zureichend stark genug, so drehen sie sich ab, oder fibriren auf eine den stätigen Gang der Maschine sehr störende Weise, sind sie aber zu stark, so ist ihre Last hinderlich. Es fragt sich daher um die Regeln, nach welchen die richtige Stärke der Wellen und überhaupt aller Theile an Maschinen und Werkzeugen, welche eine Drehung erleiden, z. B. Krumzapfen, Bohrstangen ꝛc. ꝛc. bemessen werden kann.

Vergleicht man zwei Wellen von gleichem Materiale mit einander, und werden die Kräfte an zwei Rädern mit P und p, die Halbmesser der Räder mit B und b, die Durchmesser der Wellen mit D und d, die Längen derselben zwischen den Angriffspunkten der Kraft und Last mit L und l, endlich die Anzahl Grade, um welche die Wellen der Länge nach gedreht werden, mit G und g bezeichnet, so dient die Proportion

$$b \,.\, p : B \,.\, P = \frac{g \,.\, d^4}{l} : \frac{G \,.\, D^4}{L}$$ zur Berechnung der nöthigen Stärke der Wellen, wenn aus Versuchen bekannt ist, welche Drehung das zu

wählende Material aushält, oder wenn man entsprechende Wellen als Muster annimmt.

Herr v. Gerstner nimmt die Erfahrung von einer Welle eines Stabeisenhammers zum Anhalt und setzt in obiger Proportion b = 24 Zoll, nämlich den Halbmesser der Daumenwelle von der Axe derselben bis zum Angriffspunkte, p = 600 Pfund, für das Gewicht des Hammers zu 300 Pfund bei einem Verhältnisse der Hebelsarme wie 1 : 2, d = 20 Zoll, den Durchmesser der Welle selbst, l die Länge der Welle = 240 Zolle und g die Drehung nach Theilen eines Grades = 0,117, welche der Sicherheit wegen als Maximum, also auch = G angenommen wird. Es ergiebt sich hiernach $24 \,.\, 600 : BP = \frac{20^4}{240} : \frac{D^4}{L}$ und

$D = 0{,}46 \sqrt[4]{(B \,.\, P \,.\, L)}$. Wenn demnach die für eine neue Welle gegebenen Verhältnisse in Zollen und Pfunden ausgedrückt, für B . P und L gesetzt werden, so erhält man die Stärke = D.

Da die Widerstandsfähigkeiten massiver Cylinder sich wie die dritten Potenzen ihrer Durchmesser verhalten, so kann durch Subtraktion leicht das Verhältniß von vollen zu hohlen Cylindern gefunden werden.

Eine Röhre, die eben so viel Masse, wie ein voller Cylinder hat, deren innerer Durchmesser aber gleich dem äußern des vollen Cylinders ist, leistet dreimal mehr Widerstand gegen Drehung. Bei Anwendung auf vierkantige Axen bezeichnen in der Proportion d und D die Quadratseiten.

Wenn nach dem Resultate eines Versuches mit einer Stange von Schmiedeeisen
$b = \frac{40}{8}$ Zoll, $p = 2$ Pfd., $g = 1{,}15^\circ$, $d = \frac{4}{13}$ Zoll

und $l = 18$ Zoll gesetzt wird, und wenn man $B = 12$ Zoll, $P = 600$ Pfd., $G = 0{,}117°$ und $L = 180$ Zoll annimmt, so ergiebt sich nach obiger Proportion Folgendes:

$$\frac{49}{8} \cdot 2 : 12 \cdot 600 = \frac{1{,}15}{18} \cdot \left(\frac{4}{13}\right)^4 : \frac{0{,}117}{180} \cdot D^4$$

und $D = 4{,}77$ Zoll. Eine Eisenstange von 4,77 Zoll Quadratseite leistet denselben Widerstand gegen Drehung, wie eine runde Welle von Tannenholz von 10 Zoll Durchmesser.

§. 116.

Die Lehre von der rückwirkenden Festigkeit ist noch sehr unvollkommen, und es muß jedem Baumeister gerathen werden, die ihm zu Gebote stehenden Materialien, wenn er sicher gehen will, selbst zu prüfen.

Wenn b, B die horizontalen Breiten d, D die ihre Breiten übertreffenden horizontalen Dicken und h, H die lothrechten Höhen zweier aus einerlei Material bestehender parallelepipedischer Körper und q, Q die rückwirkenden Festigkeiten derselben bedeuten, so verhält sich nach der Theorie

$$q : Q = \frac{b \cdot d^3}{h^2} : \frac{B \cdot D^3}{H^2}.$$

Durch Versuche hat man gefunden, daß

für Kiefern und Fichtenholz $Q = 1552642 \times \frac{BD^3}{H^2}$

„ Eichenholz . . . . . „ $= 1953875$. „

„ Tannenholz . . . . . „ $= 1093661$. „

„ Buchenholz . . . . . „ $= 1902139$. „

ist. Bei Berechnung der Last, welche senkrecht stehende Hölzer mit Sicherheit tragen können, darf

man nach Rondelet art de bâtir $\frac{BD^3}{H^2}$ nur mit dem fünften Theile des Versuchs-Coefficienten multipliciren.

Der kön. bayr. Geheimerath Herr von Wiebeking hat Versuche über die rückwirkende Festigkeit einiger im Isarkreise des Königreichs Bayern vorkommenden Steinarten angestellt und zwar mit Würfeln von 3 bis 6 Zoll Seite, welche folgende Resultate geben.

Steinarten	Kleinstes Gewicht, womit die Steine zerdrückt wurden, für einen rheinl. Quadratzoll berechnet. Pfund
Röthlicher, eisenhaltiger Sandstein in Neubayern	6841
Gelber Sandstein, ebendaher	2125
Sandstein von Murnau	2005
Tufstein härtester Gattung	1785
Nagelfluhe von Garmisch	1537
Kalkstein von Lengries	6416

Von Wiebeking hält für rathsam, bei Brückenbauten nur auf den 20sten Theil der respektiven Festigkeit der zu wählenden Steinart zu rechnen. Peronet nahm den 12ten Theil an, Navier und Rondelet wagen den 10ten Theil.

Ein gut gebrannter Mauerstein wird nach Quantins Versuchen noch nicht zerdrückt, wenn bei einer Grundfläche von 1 Quadratfuß 1830 Fuß hoch von gleichem Materiale aufgebaut wird; nach Gauthey erträgt die beste Gattung eine Höhe von

2664 Fußen. Da das specifische Gewicht der Ziegel $\frac{5}{4}$, öfters auch nur $\frac{2}{3}$ von dem mancher Steine ist, so wählt man diese mit größern Vortheil zu Widerlagen, die Ziegel aber zu Gewölben.

Nach Rondelet kann man die Festigkeit eines Kubikcentimeters für
geschmiedetes Eisen zu 5000 Kilgr. = 8928 bayr. ℔
Gußeisen 9520 bis 25200 Kil. = 16999 bis 44982 „
Messing 3090 bis 23000 „ = 5515 „ 41055 „
annehmen.

In der Ausübung darf man aber bei geschmiedeten Eisen nicht mehr als $\frac{1}{10}$ davon nehmen und bei Gußeisen höchstens $\frac{1}{4}$. Er räth ferner für hölzerne Säulen bei größerm Durchmesser als $\frac{1}{10}$ der Höhe nicht über 5 Pfund per Quadratlinie des Durchschnitts, bei $\frac{1}{15}$ Durchmesser nicht über 4 Pfd. und bei $\frac{1}{20}$ nicht über 3 Pfd. Belastung zu wagen.

Tabelle für die Stärke des geschmiedeten Eisens von 1 Quadratlinie Durchschnitt.

Verhältniß der Basis zur Höhe	Gewicht um die Stange zu biegen	Verhältniß der Basis zur Höhe	Gewicht um die Stange zu biegen
1 zu 1	512 Pfund	51	138
1 : 3	474 "	54	128
1 : 6	439 "	57	118½
1 : 9	406 "	60	109¾
1 : 12	376 "	63	101½
1 : 15	348 "	66	94
1 : 18	322 "	69	87
1 : 21	298 "	72	80½
1 : 24	276 "	75	74½
1 : 27	256 "	88	69
1 : 30	237 "	81	64
1 : 33	219½ "	84	59¼
1 : 36	203 "	87	54¾
1 : 39	188 "	93	50¾
1 : 42	174 "	90	47
1 : 45	161 "	96	43½
1 : 48	149 "	99	40¼

Ist das untere Ende eines prismatischen Körpers fest eingemauert oder eingegossen, so trägt derselbe die doppelte Last und das Vierfache, wenn beide Ende eingeschlossen sind.

Nach des englischen Ingenieurs Rennie Versuchen über das Zerdrücken einiger Metalle ergaben sich folgende Resultate:

Die Seiten der Würfel waren $\frac{1}{4}$ englisch Quadratzoll, daher die Würfel = $\frac{1}{64}$ Kubikzoll.

Gußeisen von einem großen Klumpen zerdrückt durch				9774	engl. Pfd.		
detto horizontal gegossen	⸗	⸗	⸗	10114	⸗	⸗	
detto vertikal gegossen	⸗	⸗	⸗	11111	⸗	⸗	
gegossenes Kupfer	⸗	⸗	⸗	7318	⸗	⸗	
Messing schön gelbes	⸗	⸗	⸗	10304	⸗	⸗	
gehämmertes Kupfer	⸗	⸗	⸗	6440	⸗	⸗	
gegossenes Zinn	⸗	⸗	⸗	966	⸗	⸗	
gegossenes Blei	⸗	⸗	⸗	483	⸗	⸗	

XVIII. Capitel.

Von dem Druck und Sparrenschub der Dachstühle und den verschiedenen Pressungen anderer Holzkonstruktionen.

§. 117.

Es sey ab, Fig. 59, ein Sparren, dessen Schwerpunkt in seiner Mitte angenommen wird; dieser lehne sich an die lothrechte Wand ac in einer vertikalen Ebene und stehe bei b auf einem horizontalen Boden. Sein Gewicht sey = P. In Beziehung auf den Druck des Sparrens auf die Endpunkte a und b nach senkrechter Richtung ad und bk ist es gleichgültig, ob das Gewicht P im Mittel bei g vereinigt, oder gleich getheilt bei a und b angebracht ist. Dieser Sparren übt auf den Punkt b einen eben so großen vertikalen Druck aus, als wenn er senkrecht auf demselben stünde; auch drückt derselbe eben so stark senkrecht auf die Wand bei a nach f, als er in horizontaler Richtung am

Boden von b nach h schiebt. Je steiler man den Sparren stellt, um desto kleiner wird der Schub desselben, welches aus der Zerlegung der Kräfte bei a und b sich ergiebt.

Bezeichnet ad das halbe Gewicht des Sparrens $= \frac{1}{2}$ P, so ist nach dem Kräften-Parallelogramme af das Maß des Drucks gegen die Wand bei a und eben so bh das Maß des Sparrenschubs, wenn bk = ad ist. Da nun af = ad . cotg. α $= \frac{1}{2}$ P cotg. α ist, so folgt, daß, wenn man den Schub für jede andere Neigung des Sparrens genau berechnen will, das halbe Gewicht des Sparrens mit der Cotangente des Neigungswinkels α multiplicirt werden muß. Dieses gilt aber nur für Sparren, welche bloß als angelehnt betrachtet werden und wo auf die Reibung keine Rücksicht genommen wird.

§. 118

Zwei gleich große Sparren ab und ad Fig. 60, drücken bei a gleich stark gegen einander und vertreten wechselseitig die vertikale Wand; der horizontale Schub auf dem Boden bleibt übrigens derselbe.

Je kleiner die Winkel bei b und d sind, das heißt, je niedriger das Dach ist bei gleicher Tiefe, desto größer ist der Sparrenschub, welcher auch im Verhältnisse des Gewichts der Bedeckung zunimmt.

Wenn H die Höhe, W die Tiefe des Daches und g das Gewicht eines laufenden Fußes Sparrenholz bedeutet, so ist der Schub für verschiedene Dachhöhen bei unveränderter Weite:

1tens	bei	$H = 2\,W$,	0,5153882	$. \frac{1}{2}\,Wg$
2tens	"	$H = W$,	0,5590170	$. \frac{1}{2}\,Wg$
3tens	"	$H = \frac{1}{2}W\sqrt{3}$,	0,5773503	$. \frac{1}{2}\,Wg$
4tens	"	$H = \frac{1}{2}\,W$,	0,7071070	$. \frac{1}{2}\,Wg$
5tens	"	$H = \frac{1}{4}\,W$,	1,1180340	$. \frac{1}{2}\,Wg$
6tens	"	$H = \frac{1}{8}\,W$,	2,0615528	$. \frac{1}{2}\,Wg$

§. 119.

Umgekehrte Resultate ergeben sich aber, wenn ein Sparren bei a Fig. 61, nicht gegen, sondern auf einer Wand, oder einem aufrechtgestellten Holze liegt. Das halbe Gewicht des Sparrens in a senkrecht wirkend und durch a d $= \frac{1}{2}$ P bezeichnet, kann in die Kräfte a e und a f zerlegt werden, wovon a f allein gegen die Wand wirkt. Die Kraft a f läßt sich nun auch in die Kräfte a i und a k zerlegen, und a i verhält sich zu a k, wie derjenige Theil der Last P, welcher von dem Lagerpunkt a getragen wird, und um welchen Theil weniger der Punkt b von dem ganzen Gewichte des Sparrens P zu tragen hat, zum Schube nach a k in horizontaler Richtung, welcher Schub auch dem von b nach h gleich ist. Der Druck nach vertikaler Richtung a i ist $= \frac{1}{2}$ P . cos. α^2.

Ein oben aufliegender Sparren drückt daher nicht mit seinem ganzen Gewichte auf seinen untern Stützpunkt, so wie dieses der Fall bei einem bloß angelehnten ist, sondern nur mit dem Gewicht $\frac{1}{2}$ P $(1 + \sin.\ \alpha^2)$.

Der Druck nach der Richtung a k ist $= \frac{1}{4}$P . sin. 2α, welcher auch dem Schube von b gegen h gleich ist. Hieraus ergiebt sich, daß der Sparrenschub bei einem Pultdache bei unveränderter Sparrenlänge am größten ist, wenn $\alpha = 45$ Grad ist, weil sin. 2α seinen größten Werth für $\alpha = 45$ Grad erhält.

Bei gleicher Tiefe ist aber der Sparrenschub desto größer, je größer der Neigungswinkel der Sparren oder die Dachhöhe ist.

§. 120.

Der Vortheil in Beziehung auf Verminderung des Sparrenschubs, welcher dadurch entsteht, wenn man dea Punkt a Fig. 60 durch eine senkrechte Säule unterstützt, ist sehr beträchtlich. Wenn g das Gewicht eines Längen-Fußes der Sparren und a die halbe Tiefe des Leergespärres abd bezeichnet, so ist der Sparrenschub ohne Säule $= 1,118034 \,.\, ag$, mit einer Säule aber nur $= 0,2236068 \,.\, ag$, also nur $\frac{1}{5}$ des erstern.

§. 121.

Eine Winkelstrebe de Fig. 62 werde zur Unterstützung des Balkens ab, der das Gewicht P zu tragen hat, unter einem Winkel $= \alpha^{0}$ angebracht. Die Länge des Balkens ab sey $= l$, die Länge der Strebe $= l'$, so ist der Druck, welchen die Strebe nach der Richtung ihrer Länge erleidet, $= \frac{2\,l\,P}{l' \sin. 2\,\alpha}$. Da Sin. $2\,\alpha$ seinen größten Werth für $\alpha = 45^{0}$ erhält, so folgt hieraus, daß, wenn l, l', P unverändert bleiben, die Strebe unter einem Winkel von 45° den kleinsten Druck erleidet.

§. 122.

Ein an beiden Enden aufliegender Balken ab Fig. 63 bildet mit dem Spannriegel ce und den Streben cd und ef ein Sprengwerk. Wenn die Last, welche auf den Punkt c wirkt, $= P$ ist, und der Winkel der Strebe bei $c = \alpha^{0}$, so findet man den horizontalen Schub der Strebe bei d auf die

Widerlage durch die Multiplication der Cotangente des Winkels α mit der Last $P = P$ cotg. α. Weil nun die Cotangente eines Winkels mit dessen Zunahme abnimmt, so wird der Schub auch um desto geringer, je länger die Strebe, oder je tiefer der Stützpunkt d bei unveränderter Lage des Punkts e angenommen wird.

§. 123.

Bohlensparren für Bogendächer äußern den geringsten Schub, wenn sie nach einer Kettenlinie gekrümmt sind, indem sich sodann alle Theile im Gleichgewichte befinden. Wählt man einen Kreisbogen, so muß, wenn die Dachhöhe der halben Breite des Dachs gleich ist, der Halbmesser des Kreisbogens doppelt so groß als die Dachhöhe seyn, weil er in diesem Falle einer Kettenlinie am nächsten kommt.

§. 124.

Wenn ein Dachgespärre b a d Fig. 60 mit einem Kehlbalken e f versehen wird, so findet man den Sparrenschub und die Kraft, mit welcher der Kehlbalken von der Belastung des Daches zusammen gepreßt wird, durch folgende Formeln:

Durch b ist die Sparrenlänge bezeichnet, durch c die Entfernung des Kehlbalkens vom First a e. Q bedeutet den vertikalen Druck in a, Q′ in e und Q″ in b, ferner α den Winkel a b d und G das Gewicht, mit welchem jeder laufende Fuß des Sparrens belastet ist. Der Sparrenschub in b ist gleich $(Q + Q')$ cotg. α. Der Kehlbalken wird gepreßt mit einer Kraft $= b\left(\frac{b^2 + bc - c^2}{8c(b - c)}\right) G \operatorname{cotg}.\alpha$.

Je kleiner also α ist, desto größer ist der Sparrenschub und die Pressung auf den Kehlbalken bei unveränderter Sparrenlänge. Da ferner nach §. 117 der Schub eines Leergespärres $= \frac{1}{2}$ P cotg. α $= \frac{1}{2}$ b G cotg. α ist, so ergiebt sich, daß ein Kehlbalken den Sparrenschub vermehrt, und um so bedeutender, je näher er dem Hauptbalken liegt.

§. 125.

Ist der Kehlbalken noch zu beiden Seiten mit stehenden Stuhlsäulen unterstützt, so erleidet jede Säule von der Belastung des Daches einen Druck

$$= b\left(\frac{b^2 + bc - c^2}{8c\,(b - c)}\right) G \cos. \alpha^2,$$ und der Kehlbalken eine Pressung $$= b\left(\frac{b^2 + bc - c^2}{16c(b - c)}\right) G \sin. 2\,\alpha.$$

Der Sparrenschub ist aber $= (Q + Q' \sin. \alpha^2) \text{ cotg. } \alpha$. Der Vortheil ergiebt sich durch eine Vergleichung mit den vorigen Formeln.

Für ein Gespärre mit liegenden Stuhlsäulen und einem Kehlbalken wird der Schub und Druck, wie für ein Leergespärre mit einem Kehlbalken bestimmt.

§. 126.

Wenn die Belastung eines Balkens a b Fig. 64 gegeben ist, so kann man den Druck auf e und f nach §. 122 finden, wodurch die Kräfte bestimmt werden, welche die Hängsäulen abwärts ziehen.

Diese sey für eine Säule $= Q'$, ferner ae $=$ c, ce $=$ h und der Winkel c a e $= \alpha$, so ist die Kraft, mit welcher die Strebe nach c a gedrückt wird, $= \frac{Q'}{\sin. \alpha}$ und die Kraft, mit welcher der

Spannriegel c d zusammengepreßt wird,

$= Q' \text{ cotg. } \alpha = \frac{c}{h} Q'$.

XIX. Capitel.

Von der Statik der Gewölbe.

§. 127.

Wenn man die Hälfte eines Faßreifs auf beiden Enden wie ein Gewölbe aufrecht stellt und den obern Theil drückt, so geht dieser nieder, die Seiten aber heben sich und die untern Theile drehen sich auswärts auf dem äußern Rande ihrer Basis. Wird hingegen auf die Seiten dieses Reifes an gleich weit vom Mittel entfernten Stellen mit gleichen Kräften gedrückt, so weichen diese Seiten einwärts, der obere Theil aber aufwärts. Diese Bewegungen zeigen sich eben so bei jedem Gewölbe von unzureichender Dicke.

Der Druck in b Fig. 65 kann auf die Stützpunkte a c nicht nach geraden Linien wirken, sondern muß den Elementen des Reifes folgen. Da nun unter den Wegen durch diese Elemente der nach der Tangente b e der nächste an der Geraden a b ist, so ist b e auch als die Richtung des Drucks in b anzunehmen. Ein Gleiches gilt auch für den Gegendruck von a aus. Zwischen den beiden Berührungspunkten d und e, so wie auch unter dem Punkte b findet eine Trennung der Gewölbkeile statt, wenn ihre Konstruktion dem auszuhaltenden Drucke nicht entspricht.

Je mehr sich die Berührungspunkte d e dem Durchschnittspunkte beider Tangenten a d und e b nähern, welche von der Dicke des Gewölbes abhängt, je mehr Druck kann ein solches ohne Trennung seiner Bestandtheile aushalten.

Wenn ein Gurt so dick ist, daß die beiden von den Punkten a und b auf die untere Wölbungslinie gezogenen Tangenten in eine gerade Linie fallen, nämlich wenn die Sehne der äußern Krümmung die innere berührt, so kann kein Fugenschnitt zwischen a und b sich öffnen, vorausgesetzt wenn die untern Keilsteine gegen ein Rückgleiten hinlänglich gesichert sind. Ein solcher Gurt kann auch jede Last tragen, die nicht hinlänglich ist, das Material zu zerquetschen, die Last mag auf dem obersten Punkte vereinigt, oder auf jeder Seite gleich gelegt seyn. Nachdem aber bei großen Spannungen besonders bei Korbbögen die Dicke der Gewölbe hiernach sehr groß und kostspielig werden müßte, so verschafft man dünnen Gewölben einen eben so großen Widerstand, indem man den untern einen Umsturz ausgesetzten Wölbungstheile a d ein bis an die Verlängerung der Tangente e b steigendes Mauerwerk zulegt. Man uennt dieses die Nachmäuerung.

Die Erfahrung bestätigt, daß Gewölbe von festen Ziegelsteinen nach dem Zirkel bei nur 1 Fuß Dicke, wenn sie nicht über 40 Fuß Spannung haben, mittelst gehöriger Nachmauerung stark genug für den Druck der größten Lastwägen gemacht werden können.

Je dicker übrigens ein Gewölbe ist, desto mehr Druck haben die Eckseiten der Keile auf sich, und es ist eine irrige Meinung, daß bei dicken Gewölben die Keile weniger leiden; auch ist die Behaup

tung, durch Verzahnungen der Keile den Seitenschub aufzuheben, ganz unbegründet.

§. 128.

Nach Herrn Eytelweins Statik der Gewölbe ergeben sich folgende Hauptsätze für Tonnengewölbe, wenn die Keilsteine ohne Rücksicht auf Reibung und Kohäsion im Gleichgewichte seyn sollen.

Die einzelnen Steine eines Gewölbes können offenbar nicht ausgedrängt werden, wenn das Gewicht eines jeden Steines einen eben so großen Normaldruck gegen die Stoßfugen der angrenzenden Steine ausübt, als diese gegen den einzelnen Stein. Nach der Lehre vom Drucke eines Keilstücks gegen genau anpassende Seitenflächen, §. 80, wovon eine lothrecht steht, ist der Horizontaldruck gegen die senkrechte Fläche $C = Q$ cotg. P, wo Q das Gewicht des Keilstücks und P den Keilwinkel bezeichnet. Wenn man hiernach die Pressungen der einzelnen gleich breiten Keilsteine eines halben Gewölbbogens berechnet, so findet man, daß

I.) der Horizontaldruck des ersten Gewölbsteins gegen die vertikale Stoßfuge von einerlei Größe bleibt, es mag das im Gleichgewicht befindliche anstoßende Gewölbe groß oder klein seyn, weil jeder folgende Stein den über ihn liegenden nur eben so stark preßt, als er von diesem gedrückt wird;

II.) daß dieser Horizontaldruck des ersten Steines immer unverändert bleibt, so groß oder klein man auch diesen Stein annehmen mag,

III.) daß die Gleichungen $Q = C$ tgt. φ und $C = Q$ cotg. φ auch für ein größeres Gewölbstück, aus mehrern Steinen bestehend, gilt, wenn Q das Gewicht des ganzen Bogenstücks und φ den Winkel bedeutet, welchen die Richtung der vertikalen

Stoßfuge mit der Richtung der untern Fuge des letzten Keilsteins macht;

IV.) daß die Gewichte zweier Gewölbstücke vom Scheitel an gerechnet, sich eben so wie die Tangenten der Winkel verhalten müssen, welche ihre untern Fugen mit der Vertikale bilden, wenn unter den Gewölbsteinen ein Gleichgewicht entstehen soll;

V.) daß wenn der Normaldruck irgend eines Gewölbsteines auf seinen nachfolgenden untern in einen vertikalen und einen horizontalen zerlegt wird, der horizontale Druck eines jeden Gewölbstücks auf den darunter befindlichen Stein, so wie auch des ganzen Gewölbes auf die Widerlage, dem horizontalen Drucke C gegen die am Scheitel befindliche vertikale Fuge gleich ist;

VI.) daß der vertikale Druck eines jeden Gewölbstücks vom Scheitel an gerechnet, gegen die darunter befindliche Fuge, dem Gewichte dieses Gewölbstücks gleich ist;

VII.) daß der horizontale und der vertikale Druck unverändert bleiben, das Gewölbe mag aus einer Masse oder aus noch so vielen einzelnen Steinen bestehen, wenn nur sämmtliche Fugen die für das Gleichgewicht erforderliche Lage erhalten.

Nach No. IV ist daher die Dicke eines Gewölbes leicht zu verzeichnen, welches ohne Rücksicht auf die Reibung und Kohäsion im Gleichgewichte seyn muß, denn man darf nur den untern Bogen in die beliebige Anzahl Gewölbsteine theilen, die treffenden Radien ziehen, so geben die Durchschnittspunkte mit einer Horizontalen, welche so weit über dem Scheitel liegt, daß der erste Theil der Höhe des ersten Steins am Scheitel gleich ist, die Län-

gen der Fugen für die übrigen Steine. Es ist aber leicht ersichtlich, daß die untern Fugen eine unendliche Länge erhalten müßten, wenn die Reibung nicht in Anschlag zu bringen wäre.

Aber auch ein gleich dickes gleichförmiges Gewölbe kann im Gleichgewichte seyn, ohne Rücksicht auf die Reibung zwischen den Gewölbsteinen, nur müssen alsdann die Fugenschnitte nicht durch den Mittelpunkt des Gewölbes gehen.

§. 129.

Die Regeln, nach welchen dieses statt finden kann, haben aber wenig praktischen Werth, da bei keinem Baumaterial so polirte Flächen denkbar sind, bei welchen keine Reibung statt fände. Da nun bei Gewölben mit Fugenschnitten die Reibung eine wichtige Rolle spielt, so muß sie auch geeignet in Anschlag gebracht werden.

Je größer die Reibung der Keilsteine auf einander ist, desto mehr untere Keile eines Gewölbes sind unfähig abzugleiten und desto kleiner ist also der Gwölbtheil, dessen Keile eine Tendenz zum Gleiten haben, sonach hängt also die Größe des schiebenden Theils eines Bogens von der Größe der Reibung ab. Herr Eytelwein hat diesen Gegenstand mit der ihm eigenen Gründlichkeit in seiner Statik fester Körper abgehandelt.

Der k. k. österreichische Feldmarschall-Lieutenant Herr von Maillard hat zwar in seiner werthvollen Schrift über die Mechanik der Gewölbe die Reibung ebenfalls nicht außer Acht gelassen, doch mit weit sorgfältigerer Berücksichtigung behandelte Herr von Kammerloher, k. bayr. Bezirksingenieur in seiner neuesten Schrift unter dem Titel: Enthüllte

Geheimnisse aller Gewölbarten diesen Gegenstand, indem er seine Berechnungen auf die Annahme von eben so vielen Keilsteinen gründet, als der Gewölbboden Grade zählt, während Hr. von Maillard die Reibung nur von ein paar Fugen in Rechnung bringt. Da die Theorie der Gewölbe ein sehr wichtiger Gegenstand der Ingenieur-Wissenschaft ist, so folgen hier die Hauptresultate der Berechnungen beider benannten Ingenieure. Die nachstehenden Normaltabellen über die zweckmäßigsten Verhältnisse vollständiger Gewölbe sind aus des Hrn. von Maillard Mechanik der Gewölbe genommen.

Bei Berechnung dieser Tabellen ist angenommen, daß die Aufmauerung der Füße der Gewölbe nur bis auf 30 Grade der Wölbungslinie reiche, obgleich diese Aufmauerung gewöhnlich bis auf 40 Grade der äußern Wölbungsbögen steigt, welches bei dünnen, so wie auch bei weit gespannten Gewölben vieles zur Standhaftigkeit der Widerlagen und der Gewölbe selbst beiträgt und daher beiden noch zu gute kommt.

Der Gebrauch dieser Normaltabellen beruht auf folgenden Grundsätzen:

1) Daß jene Gewölbe nach dem Zirkel, deren Dicke ein gleiches Verhältniß zu ihrer Spannung haben, einander ähnlich sind;

2) daß die Korbbögen, welche auf gleiche Art beschrieben sind, und deren Dicke wie auch Bogenhöhe ein gleiches Verhältniß zu ihrer Spannung haben, auch einander ähnlich sind;

3) daß die Widerlagshöhen, die ein gleiches Verhältniß mit der Spannung haben, einander ähnlich sind; endlich

4) daß bei ähnlichen Gewölben und ähnlich

hohen Wigerlagen die gehörigen Dicken der letzten auch ähnlich sind, daher sich wie die Höhen verhalten.

Nach diesen Grundsätzen ist es einleuchtend, daß man, um die Dicke der Widerlagen eines zu erbauenden Gewölbes, dessen Maße nicht in den Normaltabellen vorkommen, zu erhalten, nur in den Tabellen das Gewölbe und die Höhe der Widerlagen zu suchen hat, die dem angetragenen Gewölbe und der Höhe seiner Widerlagen ähnlich sind, dann die dazu gehörige normale Widerlagsdicke mit der Höhe der angetragenen Widerlage zu multipliciren, und das erhaltene Produkt durch die ähnliche normale Widerlagshöhe zu theilen hat.

---

§. 130.

Normal-Tabelle für die Dicke der Widerlagen von vollständigen Gewölben, deren Spannung durch 100 vorgestellt ist.

No. 33.

Gewölbe nach dem Zirkel.

Höhe der Widerlagen	Gewölb-Dicke = 3	Gewölb-Dicke = 4	Gewölb-Dicke = 6	Gewölb-Dicke = 8	Gewölb-Dicke = 10
	Dicke der Widerlagen				
0	13,78	14,75	15,75	16,00	16,0
5	15,75	16,75	17,75	19,61	18,04
10	16,39	17,33	18,57	20,40	19,19
20	16,76	18,13	19,78	21,81	20,98
30	17,17	18,69	20,62	22,75	22,30
40	17,45	19,10	21,26	23,46	23,30
50	17,68	19,41	21,75	24,01	24,09
100	18,23	20,27			
200	18,71	21,16			

Normal-Tabelle für die Dicke der Widerlagen von vollständigen Gewölben, deren Spannung durch 100 vorgestelltt ist.

No. 34.

Korbbogen, dessen Wölbungshöhe = 45 ist.

Höhe der Widerlagen	Gewölb-Dicke = 3	Gewölb-Dicke = 4	Gewölb-Dicke = 6
	Dicke der Widerlagen		
0	15,05	15,99	16,01
5	17,02	17,97	18,57
10	17,45	18,57	19,51
20	18,05	19,42	20,86
30	18,45	19,99	21,77
40	18,68	20,40	22,46
50	18,94	20,71	22 98
100	19,51	21,54	24,39
200	19,90	22,12	25,38

Normal-Tabelle für die Dicke der Widerlagen von vollständigen Gewölben, deren Spannung durch 100 vorgestellt ist.

No. 35.

Korbbogen, dessen Wölbungshöhe = 40 ist.

Höhe der Widerlagen	Gewölb-Dicke = 3	Gewölb-Dicke = 4	Gewölb-Dicke = 6
	Dicke der Widerlagen		
0	16,00	17,31	17,35
5	18,12	19,19	19,69
10	18,61	19,85	20,70
20	19,26	20,81	22,13
30	19,68	21,36	23,08
40	19,97	21,78	23,78
50	20,18	22,12	24,29
100	20,74	22,91	25,67
200	21,12	23,45	26,63

Normal-Tabelle für die Dicke der Widerlagen von vollständigen Gewölben, deren Spannung durch 100 vorgestellt ist.

No. 36.

Korbbögen, deren Wölbungshöhe = 35 ist.

Höhe der Widerlagen	Gewölb-Dicke = 3	Gewölb-Dicke = 4	Gewölb-Dicke = 6	Gewölb-Dicke = 8	Gewölb-Dicke = 10
	Dicke der Widerlagen				
0	17,91	18,58	18,91	18,66	18,33
5	19,49	20,36	21,06	20,49	20,90
10	19,97	21,12	22,23	22,28	22,30
20	20,64	22,13	23,80	25,20	24,68
30	20,07	22,76	24,82	25,74	26,32
40	21,35	23,39	25,54	26,72	27,51
50	21,56	23,51	26,06	27,54	28,41
100	22,07	24,32			
200	22,41	24,85			

Normal-Tabelle für die Dicke der Widerlagen von vollständigen Gewölben, deren Spannung durch 100 vorgestellt ist.

No. 37.

Korbbögen, deren Wölbungshöhe = 30 ist.

Höhe der Widerlagen	Gewölb-Dicke = 3	Gewölb-Dicke = 4	Gewölb-Dicke = 6	Gewölb-Dicke = 8	Gewölb-Dicke = 10
	Dicke der Widerlagen				
0	18,62	19,56	19,62	19,20	18,61
5	20,38	21,35	21,95	21,50	21,32
10	21,02	22,27	33,34	23,24	23,23
20	21,80	23,42	25,13	25,63	25,95
30	22,27	24,12	26,27	27,17	27,77
40	22,40	24,58	27,04	28,24	29,06
50	22,79	24,91	27,64	29,04	30,02
100	22,33	25,70			

Normal-Tabelle für die Dicke der Widerlagen von vollständigen Gewölben, deren Spannung durch 100 vorgestellt ist.

No. 38.

Korbbögen, deren Wölbungshöhe = 25 ist.

Höhe der Widerlagen	Gewölb-Dicke = 3	Gewölb-Dicke = 4	Gewölb-Dicke = 6	Gewölb-Dicke = 8	Gewölb-Dicke = 10
	Dicke der Widerlagen				
0	19,76	20,49	19,67	19,20	18,45
5	21,64	21,62	22,46	22,20	21,68
10	21,96	22,86	24,21	24,29	23,98
20	22,90	24,29	26,29	26,04	27,19
30	23,43	25,12	27,55	28,67	29,19
40	23,76	25,64	28,49	30,07	30,62
50	24,00	26,01	29,10	31,01	30,64

Vergleichungs-Tabelle der Dicke der Widerlagen der Bögen, auch der Binde von 18 Fuß Spannung, 1 Fuß Dicke der Gewölbe, 6 Fuß Höhe der Widerlagen, des gothischen Gewölbes und des Zirkels von derselben Spannung und Dicke.

Wölbungs-Linie		Höhe des Bogens		Seitenschub F	Dicke der Widerlagen in Theilen			
Gothische Zirkel					Fußen	der Spannung.	des Seitenschubs	
Grd.	Min.	Fß.	Zll.					
		15	7	4,05	2,9	$\frac{10}{62}$	$\sqrt{2{,}07}$	
134	15	9		5,94	3,8	$\frac{10}{47}$	$\sqrt{2{,}42}$	
106	16	6		6,55	4,	$\frac{10}{45}$	$\sqrt{2{,}45}$	
100		4	6	7,85	4,4b	$\frac{10}{42}$	$\sqrt{2{,}58}$	
90		4	$2\frac{1}{2}$	8,2	4,50	$\frac{10}{41}$	$\sqrt{2{,}5}$	
80		3	9	8,8	4,75	$\frac{10}{38}$	$\sqrt{2{,}56}$	
70		3	3	9,8	5,15	$\frac{10}{86}$	$\sqrt{2{,}6}$	
60		2	1	10,83	5,28	$\frac{10}{33}$	$\sqrt{2{,}67}$	
50		2	5	12,11	5,7	$\frac{10}{31}$	$\sqrt{2{,}68}$	F
40		2	—	13,71	6,0	$\frac{10}{30}$	$\sqrt{2{,}69}$	
30		1	7	15,8	6,5	$\frac{10}{27{,}07}$	$\sqrt{2{,}7}$	
20		1	2	18,63	7,0	$\frac{10}{25{,}07}$	$\sqrt{2{,}7}$	
10		0	$9\frac{1}{2}$	22,72	7,9	$\frac{10}{22{,}08}$	$\sqrt{2{,}7}$	
		0	4	29,2	8,8	$\frac{10}{20{,}04}$	$\sqrt{2{,}7}$	
Binde		0	0	40,5	10,63	$\frac{10}{16{,}09}$	$\sqrt{2{,}78}$	

Zur Erleichterung der Anwendung dieser Tabellen werden folgende Beispiele dienen.

§. 131.

Erstes Beispiel.

Das zu bauende Gewölbe soll 20 Fuß Spannung, 1 Fuß Dicke und 6 Fuß Höhe der Widerlagen erhalten, wozu noch die Dicke der letztern zu suchen ist.

a) Um die ähnliche Normalgewölb-Dicke zu finden, wird die Normalspannung 100 mit der angetragenen Gewölbdicke 1 multiplicirt, dann das Produkt 100 durch die angetragene Spannung 20 getheilt. Der Quotient 5 giebt die gesuchte Normalgewölb-Dicke, welche also eine mittlere zwischen jenen 4 und 6 der Tabelle 33 ist.

b) Um die ähnliche Normalwiderlags-Höhe zu erhalten, wird die Normalspannung 100 mit der Höhe 6 der angetragenen Widerlagen multiplicirt und das Produkt 600 durch die angetragene Spannung 20 getheilt, welches 30 für die ähnliche Normalhöhe der Widerlagen giebt. Dann nimmt man die zu dieser Höhe und den Gewölb-Dicken 4 und 6 gehörigen Normalwiderlags-Dicken 18,69 und 20,62 und die mittlere 19,65 ist die gesuchte Normalwiderlags-Dicke.

c) Endlich um die gesuchte Dicke der angetragenen Widerlagen zu erhalten, multiplicirt man letztere Normalwiderlags-Dicke 19,65 mit der Höhe 6 der angetragenen Widerlagen, theilt das Produkt 117,9 durch die Normal-Höhe 30, welches den Quotienten 3,93 oder 4 für die gesuchte Dicke der angetragenen Widerlagen giebt.

§. 132.

Zweites Beispiel für einen Korbbogen.

Es sey die gegebene Spannung 75, die Bogenhöhe 26¼, die Dicke des Bogens 2¼ und die Höhe der Widerlagen 15 Fuß.

a) Man sucht zuerst die Normalgewölb-Dicke, welche der angetragenen ähnlich ist, wie im 1ten Beispiele, welche sich zu 3 Fuß ergiebt.

b) Die ähnliche Normalwiderlagen-Höhe wird ebenfalls wie im vorigen Beispiele zu 20 gefunden.

c) Nun ist die Normal-Höhe des Bogens zu suchen, welche jener des angetragenen Korbbogens ähnlich ist. Man multiplicirt deßwegen die Normal-Spannung 100 mit der angetragenen Höhe 26¼, theilt das Produkt 2625 durch die angetragene Spannung 75 und der Quotient 35 giebt die Normalbogen-Höhe, welche jener der Tabelle ähnlich ist. Dann nimmt man die bei der vorgefundenen ähnlichen Normalgewölb-Dicke 3 Fuß und Widerlagen-Höhe 20 Fuß stehende Normalwiderlagen-Dicke 20,64.

d) Endlich wird diese Dicke mit der angetragenen Spannung 75 multiplicirt, dann das Produkt 1547 durch die Normal-Spannung 100 getheilt und der Quotient 15,47, nämlich 15 Fuß 5 Zoll giebt die Dicke der Widerlagen des angetragenen Gewölbes.

§. 133.

Drittes Beispiel für einen Korbbogen, dessen Höhe aber nicht in den Normal-Tabellen vorkommt.

Es sey die Spannung 75, die Gewölb-Dicke

2¼ Fuß, die Höhe der Widerlagen 15 und die Bogen-Höhe 25 Fuß, also ⅓ der Spannung.

Nachdem im zweiten Beispiele die ähnliche Normalgewölb-Dicke = 3, die ähnliche Normalwiderlagen-Höhe = 20 gefunden worden, so wird, um die ähnliche Normal-Dicke der Widerlagen des Bogens von 33⅓ Fuß Höhe zu finden, in den Tabellen 36 und 37 bei der gefundenen ähnlichen Normalgewölb-Dicke 3 die Widerlagen-Dicke 20,64 und 21,80 genommen, dann von ihrem Unterschiede 1,16 zwei Drittheile, nämlich 0,78 zu der ersten Dicke addirt, und die Summe 21,42 Fuß wird die gesuchte Normal-Dicke der Widerlagen seyn.

Endlich wird diese Dicke 21,42 mit der Höhe 15 der angetragenen Widerlagen multiplicirt, dann das Produkt 321,3 durch die Normal-Höhe 20 der Widerlagen getheilt, und der Quotient 16 ist sodann die gesuchte Dicke der angetragenen Widerlagen.

§. 134.

Um den Seitenschub eines Bogens auch praktisch bestimmen und die Dicke der Widerlagen gewöhnlicher, nicht weniger als 90 Grade messender Bogen finden zu können, giebt von Maillard folgendes Verfahren an:

Es sey amer Fig, 66 die Hälfte des angetragenen Bogens, demnach rh die halbe Spannung. Wird die mittlere Bogenlinie gd in b halbirt und eben so auch der Abstand bf in n und von diesem Punkte die Senkrechte nx auf rh gefällt, so dienen diese Linien zur Bestimmung des Seitenschubs.

Es ist nämlich gn + nd . ar = der Fläche

amnr = B und der gesuchte Seitenschub = $\frac{B \cdot rx}{hm}$, wenn der Bogen nicht viel über 100 Grade mißt.

Um die Dicke der Widerlagen zu erhalten, wird man sich, nachdem der Bogen 100 oder 90 Grade oder weniger mißt, der in der Tabelle 41 enthaltenen Ausdrücke $\sqrt{2\frac{1}{2}F}$, $\sqrt{2\frac{1}{20}F}$ und $\sqrt{2\frac{7}{10}F}$, wo F den Seitenschub bezeichnet, bedienen, wenn die Höhe der Widerlage $\frac{1}{3}$ der Spannung ist. Bei größerer Höhe der Widerlagen nimmt man aber $\sqrt{2\frac{6}{10}F}$, $\sqrt{2\frac{2}{3}F}$ und $\sqrt{2\frac{3}{4}F}$, welches die gesuchte Dicke giebt.

Diese praktische Regel für die Widerlagen ist auf die Voraussetzung gegründet, daß die Aufmauerung über die Füße dieser Gewölbe hoch genug aufgeführt werden kann, damit besonders bei Bögen unter 50 Graden die Füße nicht zurückgleiten können. Wo dieses nicht möglich ist, z. B. bei Brücken, findet man die Dicke der Widerlagen auf folgende Art. Man bestimmt zuerst die Dicke der Füße des Bogens, indem man den Seitenschub mit $\frac{5}{3}$ multiplicirt, von dem Produkte den Flächeninhalt der Stirne des halben Bogens abzieht, den Rest durch die Höhe theilt, auf welche die Aufmauerung über die Känpfer aufzuführen kommt, und endlich zu dem erhaltenen Quotienten die Hälfte der Dicke des Bogens hinzusetzt.

Vergleicht man diese Dicke mit der in der Tabelle 41 auf den Umsturz-Widerstand berechneten und findet sie größer, so wird auch die Dicke der Widerlagen hiernach bestimmt; ist sie dagegen kleiner, so richtet man sich nach der Tabelle.

§. 135.

Vergleicht man den Seitenschub eines Tonnengewölbes mit dem verschiedener anderer Gewölbarten, so ergeben sich nach Herrn von Maillard Berechnungen folgende Verhältnisse bei gleicher Spannung und Dicke. Der Schub des Tonnengewölbes verhält sich zum Schube einer sphärischen Kuppel wie 1 zu 0,29, die Dicke der Widerlagen muß sich aber wie 5,44 zu 2,32 verhalten.

Klostergewölbe, nämlich Kappengewölbe haben in dieser Beziehung gleiche Eigenschaft mit den Kuppelgewölben. In Italien findet man solche Gewölbe von 2 bis 2½ Zoll Dicke und doch von vorzüglicher Festigkeit. Der Schub eines Tonnengewölbs verhält sich zu dem eines böhmischen wie 1 zu 0,23 und zum Kreuzgewölbe von gleicher Länge wie 1 zu 0,86.

§. 136.

Nach Herrn von Kammerlohrs Untersuchungen ergeben sich folgende Verhältnisse für den Horizontaldruck der verschiedenen Gewölbarten. H bezeichnet den Horizontaldruck oder Seitenschub, c den Reibungswinkel, δ die Keildicke, nämlich die Fugenlänge, r den Radius für die untere Wölbungslinie, φ den Bogen von der Mitte des Schlußstein bis zum Kämpfer im Längenmaße für den Halbmesser = 1 und d die Höhe der Uebermauerung.

I. Wenn c = 30° angenommen wird, ist auf einen Fuß Länge der Widerlagen

1) bei einem gemeinen gleich dicken Tonnengewölbe

$$H = \delta(r + \frac{\delta}{2}) \cos.^2 c$$

2) bei einem gemeinen horizontal oder kappenförmig übermauerten, gleich dicken Tonnengewölbe

$$H = d(r + \delta) + \delta(r + \frac{\delta}{2}) \cos.^2 c$$

3) bei einem gothischen gleich dicken Tonnengewölbe

$$H = \delta (r + \frac{\delta}{2}) \cos.^2 (\varphi + c)$$

4) bei einem gemeinen gleich dicken Kreuzgewölbe

$$H = \delta(r + \frac{\delta}{2}) \cos.^2 c$$

5) bei einem gothischen gleich dicken Kreuzgewölbe, wo b die Entfernung der Widerlagen b d nach Fig. 67 A, β den Winkel $o' c' d$ und φ den Ergänzungswinkel $o' c' t$ bedeutet

$$H = 2\frac{\delta}{b} (r + \frac{\delta}{2})^2 \sin. \beta \cos.^2 (\varphi + c)$$

6) bei einem gleich dicken Kappengewölbe, wo l die Länge des Gewölbes a b, Fig. 67, B bedeutet

$$H = 0{,}232 \frac{\delta}{l} (r + \frac{\delta}{2})^2 \text{ und für } l = 2 (r + \frac{\delta}{2})$$

$$H = 0{,}116 \delta (r + \frac{\delta}{2})$$

7) bei einem gleich dicken Kuppelgewölbe

$$H = 0{,}116 \delta (r + \frac{\delta}{2})$$

8) bei einem gemeinen gleich dicken böhmischen Gewölbe

$$H = 0{,}212 \delta (r + \frac{\delta}{2})$$

Für $\cos.^2 c$ kann man auch $\frac{1}{1 + \mu^2}$ substituiren, wo μ den Reibungskoefficienten bedeutet.

§. 137

Die Breite der Widerlagen eines nackten gleich dicken Gewölbes giebt für den Fall ihres Nichtgleitens die Formel $w \geqq \frac{H - \mu . V}{\mu k}$, worin w die Breite der Widerlage, H den angegebenen Horizontaldruck, μ den Reibungskoefficienten $= 0,5$ für Stein auf Holz im Wasser, V den Kubikinhalt des an der Widerlage einen Fuß langen Gewölbbogens und k die Widerlagenhöhe vom Roste bis zum Anfange der innern Wölbungslinie bezeichnet.

Zu bemerken ist: (1) für Gewölbe, deren Widerlagen bis zur Höhe des Scheitels der äußern Wölbungslinie oder des halben Schlußsteins reichen, muß $k + \delta + h$, wo h die Pfeilhöhe des Bogens ist, oder $k + \frac{\delta}{2} + h$ anstatt k angenommen werden, (2) für gemeine Tonnengewölbe ist $V = \varphi' . \delta(r + \frac{\delta}{2})$, worin φ' den halben Bogen vom Scheitel der innern Wölbung bis zur letzten Gewölbfuge für den Halbmesser $= 1$ bedeutet.

Für den Fall des Nichtdrehens erhält man die Widerlagenbreite nach der Formel

$$w \geqq -\frac{V}{k} + \frac{1}{k}\sqrt{V^2 + 2k\,[H(k + \frac{\delta}{2} + h) - t . V]}$$

worin t den Hebelarm des Schwerpunkts vom halben Bogen des Gewölbes in Beziehung auf den Drehpunkt an dem Zusammenstoße der innern Wölbung

mit der Widerlage andeutet. Die erste der vorigen Bemerkungen gilt auch hier.

§. 138

Die Widerlagenbreite eines horizontal oder kappenförmig übermauerten Gewölbes, z. B. eines Brückengewölbes mit Rücksicht auf das Menschengedränge auf Lastwägen und den Erddruck hinter den Widerlagen findet sich für den Fall des Nichtgleitens nach der Formel $w \geqq \frac{A - B}{\mu \cdot C}$ wenn 2a die innere Gewölbweite und für Brücken d die Zahl 1,8 bezeichnet und

$$A = H + m + \frac{\mu}{2} \varphi' \cdot r^2$$

$$B = \mu\left[3 + a\left(d + \delta + \frac{h + r}{2}\right)\right] + 0.2\left(\frac{\delta}{2} + h + k\right)^2$$

$C = d + \delta + h + k$ und für H so wie für m die Werthe aus nachstehender Tabelle gesetzt werden.

Werthe des Horizontaldruks = H, welcher von dem Gewölbe, und Menschengedränge und des Horizontaldrucks = m, welcher von 2 vierspännigen Lastwägen entsteht.

Central-Winkel eines Keils zu α Grad	H	m*	m**	m***	Bemerkungen
½	0,74 multiplicirt mit $[d(r+\delta)+\delta(r+\frac{\delta}{2})]$	85	127,5	255	*) bei einer obern Keilbreite v. ¼ Schuh **) bei einer Breite von ½ Schuh ***) bei einer Breite von 1 Schuh
1	0,73	42	63,0	126	
2	0,70	20,2	30,3	60,6	
3	0,69	13,3	19,9	39,9	
4	0,68	9,7	14,5	29,1	
5	0,66	7,6	11,4	22,8	
6	0,65	6,1	9,1	18,3	
7	0,63	5,1	7,6	15,3	
8	0,61	4,4	6,6	13,2	
9	0,59	3,7	5,5	11,1	
10	0,58	3,3	4,9	9,9	

Außer dieser Tabelle enthält die oben erwähnte Schrift des Hrn. von Kammerloher noch 35 mühsam berechnete, welche zur sichern Konstruktion von Gewölben die nöthigen Anhaltspunkte liefern.

In dem Werthe von B bezeichnet

$0{,}2\ (\frac{\delta}{2} + h + k)^2$ den Erddruck auf die Widerlage.

Bei großen Brückengewölben, welche einen hohen Grad von Sicherheit in Anspruch nehmen, ist es rathsam, den Erddruck nicht in Rechnung zu bringen, sondern für H den größten Werth

$\delta\ (r + \frac{\delta}{2})$ anzunehmen.

Für den Fall des Nichtdrehens erhält man die Widerlagenbreite eines kleinen Brückengewölbes mit Rücksicht auf die Einwirkungen des Menschengedränges, der Lastwägen und des Erddrucks nach der Formel

$$w \geqq \frac{D}{C} + \sqrt{\frac{D^2}{C_2} + \frac{F - G}{C}}\text{, wenn}$$

$$F = 2(\frac{\delta}{2} + h + k)\ (H + m) + \varphi' \,.\, a \,.\, r^2$$

$$G = \tfrac{2}{3}\ (h \,.\, r^2 + r \,.\, a^2) + a^2\ (d + \delta + \frac{h}{3}) +$$

$$+\ 6a + 0{,}\ 4 \times (\frac{\delta}{2} + h + k)$$

$C = d + \delta + h + k$ und für H so wie für m die Werthe aus der vorstehenden Tabelle gesetzt werden. Für größere Brücken ist ebenfalls für den

Erddruck die Größe $0{,}4\ (\frac{\delta}{2} + h + k)^*$

außer Rechnung zu lassen und für H der größte Werth $d(r + \delta) + \delta(r + \frac{\delta}{2})$ anzunehmen.

Besteht ein Gewölbe aus mehrern ungleichen Gewölbbögen, so ist die Breite der Widerlagen nach dem Bogen, welchen der größte Horizontaldruck angehört, zu berechnen.

XX. Capitel.

Von den Kettenbrücken, nämlich der Berechnung ihrer Bestandtheile.

§. 139.

Wenn eine an ihren Enden aufgehängte Kette an mehrern in ihrer horizontalen Projektion von einander gleich weit entfernten Punkten mit vom Scheitel aus gegen die Aufhängepunkte zunehmenden Gewichten beschwert wird, so muß sie, wenn man annimmt, daß sich die Kettenstücke von einem Beschwerungspunkte zum andern ganz gerade strecken, oder ohnehin aus ganzen Stangen bestehen, ein Polygon bilden. Inwiefern die Form dieses Polygons von der Linie der unbelasteten Kette abweicht, ist bei dem Entwurfe einer Kettenbrücke von großer Wichtigkeit. Man kann nun zwar, wie bei den Seilmaschinen angegeben wurde, die Richtung dieser Polygonseiten durch Konstruktion und Rechnung finden: allein gewöhnlich gebraucht man zur Bestimmung der Hauptpunkte ein mit Sorgfalt angefertigtes Modell von möglichster Größe. Selbst

der berühmte englische Ingenieur Herr Telford bedient sich dieses Mittels zur Bestimmung der Länge und der horizontalen Entfernung der Hängschienen und schließt vom Kleinen aufs Große. Durch Berechnung kommt man aber wie folgt zum Ziele.

§. 140.

Sobald der Standort einer Brücke, das Stromprofil, die Länge und Breite der Brücke und die Belastung auf den Quadratschuh gegeben ist, so wird, je nachdem man entweder auf Verminderung der wellenförmigen Schwankungen, oder auf Ersparung der Kosten mehr Rücksicht nehmen will, der Aufhängewinkel bestimmt und nach des Herrn Navier aufgestellten Formeln wie folgt, das Nöthigste für den Entwurf gefunden.

Wenn man eine horizontale Abscisse . . oc
der Kettenlinie aoa Fig. 68 mit x
die zugehörige Ordinate bc mit . . . . . . y
die halbe Sehne ad des Bogens mit . . . h
den Abstand od mit . . . . f
die Länge der halben Kette ao mit c
die Länge eines beliebigen Stücks bo mit . . s
den Aufhängewinkel der Tangente mit
der Sehne bei a mit . . . . α
das auf die Längeneinheit der
aufgehängten Kette wirkende Gewicht mit . . p
die Spannung der Kette im Scheitel o mit . Q
" " im Aufhängepunkt a mit . . T
" " in jedem beliebigen Punkt mit T′
den vertikalen Druck im Aufhängepunkt mit . V
den horizontalen Zug in diesem Punkt mit . . Z
bezeichnet, und ferner rückwärts
für den Neigungswinkel der Spannketten
mit dem Horizont . . . . ω

für die Spannung dieser Ketten . . . . . R
für den vertikalen Druck auf die Pfeiler . . W
für den horizontalen Zug . . . . Y
dann für den ganzen Druck der Trag- und Spannketten auf den Stützpunkt nach der Richtung der resultirenden Mittelkraft . . . . U
für die hieraus entspringende vertikale Pressung auf a . . . . U'
und endlich für den horizontalen Zug . . . U''
setzt, so geben nachstehende Formeln die Werthe aller dieser Größen.

No. 1) $y = \frac{f x^2}{h^2}$ durch Annahme beliebiger Abscissen x, Berechnung der hierzu gehörigen Ordinaten y und Auftragung derselben vom Scheitelpunkte o gegen die Aufhängepunkte a auf die horizontale Abscissenlinie wird die Form der Kettenlinie abo konstruirt.

No. 2) $\text{tgt. } \alpha = \frac{2f}{h} = \frac{ph}{Q}$ giebt die Größe des Aufhängewinkels α an.

No. 3) $Q = \frac{ph^2}{2f} = \frac{ph}{\text{tgt, } \alpha}$ ist die Größe der Kettenspannung im Scheitel.

No. 4) $T' = \frac{ph^2}{2f} \sqrt{1 + \frac{4f^2 x^2}{h^4}} = Q \sqrt{1 + \frac{px^2}{Q}}$ giebt die Spannung in jedem beliebigen Punkt.

No. 5) $T = \frac{ph}{2f} \sqrt{h^2 + 4f^2} = \frac{Q}{\cos. \alpha}$ die Spannung der Aufhängepunkte a der Ketten.

Ferner findet man die Länge eines jeden beliebigen Stücks bo der aufgehängten Kette.

No. 6) $s = x + \frac{h^2}{2f} [\frac{1}{6} (\frac{2fx}{h^2})^3 - \frac{1}{40} (\frac{2fx}{h^2})^5 +$
$+ \frac{1}{112} (\frac{2fx}{h^2}) - ..]$ und

No. 7) $c = h [1 + \frac{1}{6} (\frac{2f}{h})^2 - \frac{1}{40} (\frac{2f}{h})^4 +$
$+ \frac{1}{112} (\frac{2f}{h}^6 - ...)$

Um zu berechnen, wie groß die längste Ordinate od seyn werde, wenn bloß die Länge der halben Kette gegeben ist, dient die Formel

No. 8) $(\frac{2f}{h}) = 6 [\frac{c-h}{h} + \frac{9}{10} (\frac{c-h}{h})^2 -$
$- \frac{54}{175} (\frac{c-h}{h})^3 + ...]$ oder $f =$
$\sqrt{\frac{3h}{2} [\frac{c-h}{h} + \frac{9}{10} (\frac{c-h}{h})^2 - \frac{54}{173} (\frac{c-h}{[h})^3 + ...]}$

No. 9) Durch Zerlegung der Spannung T ergiebt sich der vertikale Druck von der Hängkette auf den Stützpfeiler im Punkte a aus $V \frac{Q \sin. \alpha}{\cos. \alpha} = Q \text{ tgt. } \alpha$

No. 10) Der horizontale Zug
$Z = Q = \frac{ph^2}{2f} = \frac{ph}{\text{tgi. } \alpha}$
welches zugleich die Größe des horizontalen Zuges in jedem andern Punkte der Kette bleibt.

No. 11) Für die Spannketten ist, wenn der Stän-

der in seinem Punkte beweglich gedacht wird und erstere sowohl als auch die Hängketten in demselben befestigt sind, der Werth der Spannung

$$R = \frac{Q}{\cos.\ \omega}$$

Sie kann also nie kleiner werden als Q und nimmt zu, so lange der Winkel ω wächst.

No. 12) Die vertikale Seitenkraft dieser Spannung el ist $W = R \sin.\ \omega = Q \operatorname{tgt.} \omega$ und

No. 13) die horizontale Seitenkraft em oder $Y = R \cos.\ \omega = Q$, endlich

No. 14) der vertikale Druck von sämmtlichen Ketten auf den Stützpunkt

$U = V + W = Q(\operatorname{tgt.} \alpha + \operatorname{tgt.} \omega)$

Ruhen aber die Ketten auf einem gemauerten Pfeiler fgrq, so sind zwei Fälle zu unterscheiden, a) wenn die Ketten über Rollen oder Walzen laufen, oder wenn die Unterlagsfläche vollkommen polirt ist, so pflanzt sich die Spannung der Hängketten auch auf die Spannketten fort und ist

No. 15) ihrer ganzen Länge nach $T = \frac{Q}{\cos.\ \alpha}$ und der Druck auf den Pfeiler ist die Mittelkraft aus den beiden gleichen, aber in verschiedenen Richtungen wirkenden Kräften $\frac{Q}{\cos.\ \alpha}$

No. 16) Die Richtung dieser Mittelkraft halbirt den Winkel

gaf und es ist $U = \frac{Q}{\cos.\ \omega} 2 \sin.\left(\frac{\alpha + \omega}{2}\right)$

No. 17) Durch deren Zerlegung findet man den Druck nach ai nämlich $U' = Q\left(\frac{\sin.\ \alpha + \sin.\ \omega}{\cos.\ \alpha}\right)$

und No. 18) den horizontalen Zug in der Richtung ad $U'' = Q\,(1 - \frac{\cos.\,\omega}{\cos.\,\alpha})$

Der Pfeiler hat demnach nur dann keinen horizontalen Zug zu erleiden, wenn $\omega = \alpha$ angeordnet wird.

b) Wenn die Ketten nicht auf Walzen ruhen, somit eine Reibung bei dem Hin- und Hergleiten Statt findet, so pflanzt sich die Spannung $\frac{Q}{\cos.\,\alpha}$ nicht ganz auf die Spannketten fort, sondern wird bei letztern viel kleiner.

Wenn in diesem Falle die Länge des aufliegenden Bogens $= \varsigma$, der Krümmungshalbmesser $= \varrho$, der Reibungskoefficient $= \mu$ gesetzt wird, so ist No. 19) die Spannung der Kette ae $= R =$ $= \frac{Q}{\cos.\,\alpha} \,.\, e^{-\frac{\mu\varsigma}{\varrho}}$, wo e die Basis der natürlichen Logarithmen $= 2{,}715282$ bedeutet, oder auch

$$\text{No. 20) } R = \frac{Q}{\cos.\,\alpha}\,[1 - \frac{\mu\varsigma}{\varrho} + \frac{1}{1\,.\,2}\,(\frac{\mu\varsigma}{\varrho})^2 - \frac{1}{1\,.\,2\,.\,3}\,(\frac{\mu\varsigma}{\varrho})^3 + \ldots]$$

Auch in diesem Falle bleibt die Mittelkraft der Pressungen in allen Punkten des Bogens gleich dem Drucke auf den Pfeiler, welcher aus T No. 15 und R No. 19, die einander entgegenwirken, entsteht; daher ist hier No. 21)

$$U = \sqrt{\frac{Q^2}{\cos.^2\,\alpha} - \frac{2\,Q\,R\cos.\,(\alpha + \omega}{\cos.\,\alpha} + R^2}$$

und wenn R den Winkel bedeutet, den die Rich-

tung a s der Kraft U mit der Lothrechten a i einschließt,

so ist No. 22) $\text{tgt.}\ \varphi = \frac{Q - R\ \cos.\ \omega}{Q\ \text{tgt.}\ \alpha + R\ \sin.\ \omega}$

No. 23) Der lothrechte Druck auf den Pfeiler ist in diesem Falle $U' = Q\ \text{tgt.}\ \alpha + R\ \sin.\ \omega$ und

No. 24) der wagerechte Zug, welcher auf die Stabilität des Pfeilers vorzüglich wirkt,

$U'' = Q - R\ \cos.\ \omega$.

Diese 24 Formeln sind hinreichend, jede einfache Kettenbrücke im Detail zu entwerfen.

XXI. Capitel.

Hydrostatik.

§. 141.

Wenn Wasser oder jede flüssige Materie in einem Gefäße in Ruhe ist, so ist dessen Oberfläche eben und wagerecht. Wenn sich Wasser in kommunicirenden Röhren, Fig. 69 a b c d, von beliebiger Gestalt, Lage und Weite befindet, so wird seine Oberfläche auch in beiden Schenkeln in einerlei wagerechten Ebene e f stehen. Es kann daher eine geringe Menge Wasser einer ungleich größern das Gleichgewicht halten, wenn ein Schenkel der Röhre sehr eng und der andere sehr weit ist.

§. 142.

Sind in kommunicirenden Röhren zweierlei flüssige Materien von ungleicher Dichtigkeit, also auch von verschiedenem eigenthümlichen Gewichte,

so können beider Oberflächen nicht gleich hoch stehen, sondern es verhalten sich diese Höhen über der gemeinschaftlichen horizontalen Berührungsfläche umgekehrt, wie die eigenthümlichen Schweren der Flüssigkeiten. So hält z. B. eine Quecksilbersäule von 28 Zollen einer Wassersäule von 32 Fuß Höhe das Gleichgewicht, weil jenes ungefähr 13½ bis 14 mal schwerer ist als dieses.

§. 143.

Der Druck des Wassers auf den Boden eines Gefäßes ist dem Gewichte der Wassersäule gleich, welche den Boden von jeder beliebigen Begränzung zur Grundfläche und die senkrechte Höhe des Wassers über demselben zur Höhe hat.

§. 144.

Der aufwärts gerichtete Druck gegen einen festen Deckel, z. B. auf einem Schenkel kommunicirender Röhren in gf Fig. 69 bei einem höhern Wasserstande in dem andern Schenkel ab wird durch das Gewicht einer Wassersäule bestimmt, welche die Fläche des Deckels zur Grundfläche und die senkrechte Höhe des Wassers über der benetzten Ebene des Deckels ae zur Höhe hat.

§. 145.

Es kann daher bei zugestellten Schützen an einem Durchlaßwehre eine unbedeutend scheinende Kommunikation des aufgestauten Wassers mit der ganzen untern Fläche des Sturzbettes die Bedielung sprengen.

§. 146.

Der seitwärts gehende Druck auf eine feste Wand wird durch das Gewicht einer Wassersäule

gemessen, welche die Wand zur Grundfläche und die senkrechte Höhe des Wassers uber der Mitte der Wand zur Höhe hat.

§. 147.

Das Wasser hebt einen ganz eingesenkten Körper mit einer Kraft, die dem Gewichte des aus seiner Stelle vertriebenen Wassers gleich ist. Ein Bauwerk verliert daher im Wasser an Stabilität um so mehr, je tiefer es in demselben steht. Daher kommt es, daß sogar Brückenpfeiler von Stein bei Hochgewässern oft zu Grunde gehen, weil ein nicht sehr dichter Stein im Wasser beinahe die Hälfte seines absoluten Gewichts verliert.

XXII. Capitel.

Hydraulik.

Von der Bewegung des Wassers bei dem Ausflusse aus Behältern und von der Zusammenziehung des Wasserstrahls.

§. 148.

In der Hydraulik nennt man jede an dem horizontalen Boden eines Gefäßes befindliche Oeffnung eine horizontale, jede andere aber eine Seitenöffnung. Die lothrechte Höhe des Wasserspiegels über einer horizontalen Oeffnung, oder über dem Schwerpunkte einer Seitenöffnung heißt die Druckhöhe.

Wenn man die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus einer Oeffnung fließt, das heißt, die Länge des in einer Sekunde ausfließenden Strah-

les mit c und den Flächeninhalt der Oeffnung mit a bezeichnet, so erhält man die Wassermenge M für eine größere Zeit des Ausflusses in t Sekunden durch die Multiplikation dieser drei Faktoren, oder M = act.

Bei horizontalen Oeffnungen verhalten sich die Geschwindigkeiten des ausfließenden Wassers wie die Quadratwurzeln aus den Druckhöhen.

Wenn Wasser durch eine Oeffnung aus einem Behälter auslauft, so sind nach den verschiedenen Gestalten, welche eine Oeffnung haben kann, auch die Geschwindigkeiten verschieden, welches davon herkommt, weil sich nicht nur allein die Wassertheile von den Wänden losreissen müssen, sondern auch weil durch die Bewegung des Wassers von allen Seiten zur Oeffnung eine Ablenkung der Wassertheile von ihrer Bahn entsteht, wodurch eine Zusammenziehung des Strahls bewirkt wird.

Nach Eytelweins Versuchen ergab sich unter einer Druckhöhe von 3 Fuß rheinländisch bei einer 15 Linien weiten Oeffnung in einer dünnen vertikalen Wand der Durchmesser des Wasserstrahls im Punkte seiner größten Zusammenziehung, welche 8 Linien von der Oeffnung entfernt war, zu 12 Linien, das Verhältniß beider Durchmesser, also wie 5 zu 4.

Kurze prismatische Ansatzröhren geben unter gleichen Umständen beinahe $\frac{3}{10}$ mehr Wasser, als bloße Oeffnungen in dünnen Wänden, jedoch dürfen die Röhren nicht kürzer seyn, als ungefähr das Dreifache ihrer Durchmesser beträgt.

Durch konische Ansatzröhren, welche sich gegen die Ausmündung verengen, kann die Wassermenge in Vergleichung mit andern Oeffnungen noch ansehnlich vermehrt werden, besonders wenn man ih-

nen die Gestalt des zusammengezogenen Strahls giebt und die scharfen Kanten abrundet. Bei einer solchen Ausflußöffnung fließt das Wasser fast mit derselben Geschwindigkeit aus, welche ein von der Druckhöhe frey fallender Körper erhielte. Diese ist die höchste, welche mit konischen Ansatzröhren nach der Form des zusammengezogenen Strahls zu erreichen wäre, und die ihr entsprechende Wassermasse, welche in einer Sekunde ausfließen könnte, nennt man die hypothetische. Wird diese gleich 1,0000 gesetzt, so fließt weniger aus bei gleichen Druckhöhen und gleichen Ausflußöffnungen

1) aus einer konischen Röhre mit abgerundeten Kanten 0,0202
2) „ „ „ „ „ scharfen „ 0,0813
3) „ einer kurzen cylindrischen Röhre 0,1875
4) „ bloßen Oeffnung einer dünnen Wand 0,3810

Nun giebt es aber noch ein Mittel, den Ausfluß zu vergrößern und zwar durch die Verlängerung der konischen Röhre durch eine zweite sich auswärts erweiternde. Durch eine solche Zusammensetzung kann der Ausfluß um die Hälfte vermehrt werden, es muß aber, wenn die Oeffnung am Ansatze 12 Linien weit ist, die Länge der zweiten Röhre $8\frac{1}{1}\frac{3}{6}$ Zoll und die Ausmündung $1\frac{1}{2}\frac{0}{4}$ Zoll weit seyn.

§. 149.

Verschiedene Versuche führten zu folgenden Resultaten.

Die konische Röhre erster Art bezeichne der Kürze halber der Buchstabe φ, diejenige der zweiten Art, nämlich die gegen den Ausfluß sich erweiternde ψ.

1) Bei übrigens gleichen Umständen verhalten sich die Wassermengen bei einer Oeffnung in einer dünnen Wand zur Mündung nach der Form des zusammengezogenen Strahls, wenn die Ausmündung der konischen Röhre gleiche Weite mit der Oeffnung in der dünnen Wand hat, wie $40 : 59\frac{1}{2} = 1 : 1{,}487$. Sind die scharfen Kanten der Mündung abgerundet, wie $37\frac{1}{2} : 59\frac{1}{2} = 1 : 1{,}587$.

2) Bei einer Oeffnung in einer dünnen Wand zur Mündung ψ, wenn die Einmündung der Röhre ψ der Oeffnung in einer dünnen Wand gleich ist, wie $31\frac{1}{4} : 59\frac{1}{2} = 1 : 1{,}904$.

3) Bei einer Oeffnung in einer dünnen Wand zu der aus den Röhren φ und ψ zusammengesetzten Mündung wie $23\frac{2}{3} : 59\frac{1}{2} = 1 : 2{,}514$.

4) Bei einer kurzen Ansatzröhre zu der mit der kurzen Ansatzröhre verbundenen Einmündung φ wie $38\frac{3}{4} : 44\frac{3}{4} = 1 : 1{,}154$.

5) Bei einer kurzen Ansatzröhre zu dieser Röhre mit der Ausmündung ψ verbunden, wie $33\frac{1}{6} : 44\frac{3}{4} = 1 : 1{,}349$.

6) Bei einer kurzen Ansatzröhre zu dieser mit der Ein- und Ausmündung φ und ψ verbundenen Röhre, wie $27\frac{1}{2} : 44\frac{1}{2} = 1 : 1{,}627$.

§. 150.

Auf diese Erfahrungen hat man Berechnungen gegründet, welche ihre Anwendung bei den verschiedenen Formen von Gerinnen, Schleußenöffnungen mit und ohne Flügelwände, Wehröffnungen, Brückenpfeilern 2c. 2c. finden.

Um die verschiedenen Werthe für die mittlere Geschwindigkeit c für eine gegebene Druckhöhe h nach den verschiedenen Arten der Ausflußöffnungen

in den vorzüglichsten Fällen der Anwendung zu bestimmen, dient Nachstehendes.

1) Bei Mündungen von der Gestalt des zusammengezogenen Strahls ist

$$c = 7{,}646 . \sqrt{h}, \text{ und } h = \frac{c^2}{58{,}46} = 0{,}0171 . c^2$$

2) Bei Gerinnen, deren Sohle an ihrer Einmündung mit dem Boden der Behälter gleich hoch liegt, bei Freyschleußen mit Flügelwänden ohne Schützöffnungen, bei langen Einbauten, welche eine schräge Lage haben und bei Brückenpfeilern mit zugespitzten Vordertheilen ist

$$c = 7{,}54 . \sqrt{h}, \text{ und } h = \frac{c^2}{56{,}85} = 0{,}0176 . c^2$$

3) Bei schmalen Gerinnen, deren Sohle bei ihrer Einmündung mit dem Boden der Behälter gleich hoch liegt, bei Schutzöffnungen in Freyarchen mit Flügelwänden bei steilen Einbauen und Brückenpfeilern mit geraden Vordertheilen ist

$$c = 6{,}76 . \sqrt{h}, \text{ und } h = \frac{c^2}{45{,}7} = 0{,}0219 . c^2$$

4) Bei kurzen Ansatzröhren, deren Länge 2 bis 4 mal so groß ist, als der Durchmesser der Oeffnungen, ist

$$c = 6{,}42 . \sqrt{h}, \text{ und } h = \frac{c^2}{41{,}22} = 0{,}0243 . c^2$$

5) Für Schutzöffnungen ohne Flügelwände im Bord eines Behälters mit dicken Wänden oder an Schleußenthoren ist

$$c = 5 \sqrt{h}, \text{ und } h = \frac{c^2}{25} = 0{,}04 . c^2$$

6) Bei Oeffnungen in einer dünnen Wand ist

$$c = 4{,}89 . \sqrt{h}, \text{ und } h = \frac{c^2}{23{,}95} = 0{,}0417 . c^2$$

Bezeichnet man den Koefficienten, mit welchem $\sqrt{h}$ multiplicirt werden muß, um c zu finden, mit α, die Druckhöhe für die Mitte der Ausflußöffnung mit h, den Flächeninhalt derselben mit a, so ist die Wassermenge für eine Sekunde $M = ac$ und da $c = \alpha\sqrt{h}$, also $M = a\alpha\sqrt{h}$ und $h = \frac{1}{a^2} \cdot \frac{M^2}{a^2}$ und $a = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{M}{\sqrt{h}}$. Bezeichnet ferner N die Wassermenge, welche in einer Zeit von t Sekunden ausfließt, so ist t gleich $\frac{N}{\alpha a \sqrt{h}}$

Hiernach lassen sich alle Aufgaben lösen, welche auf Ausflußöffnungen Bezug haben, deren Inhalte im Vergleich mit dem Querschnitte der Gefäße und der Druckhöhe sehr klein sind, so daß man im Schwerpunkte der Oeffnungen die mittlern Geschwindigkeiten annehmen kann.

§. 151.

Vom Ausflusse durch oben offene rechtwinkliche Seitenöffnungen.

Wenn man sich in der Wand eines ganz angefüllten Behälters, Fig. 70, der immer so viel Zufluß hat, als Abfluß, eine senkrechte Linie a b, aus lauter kleinen Löchern bestehend, denkt, und für jedes derselben die Geschwindigkeit des ausfließenden Wassers nach der korrespondirenden Druckhöhe bestimmt und die gefundenen Geschwindigkeiten in horizontalen Linien b g, e h, p m darstellt, so bildet eine durch die Endpunkte g h m gezogene

krumme Linie eine Parabel und die Fläche abghm multiplicirt mit der Breite der Oeffnung bd giebt die in einer Sekunde ausfließende Wassermenge.

Wird bd = B, ab = H und die Geschwindigkeit in b = C gesetzt, so ist der Inhalt der Parabelfläche = $\frac{2}{3}$ab . bg = $\frac{2}{3}$CH und die in einer Sekunde abfließende Wassermenge M = $\frac{2}{3}$CBH und mit Rücksicht auf die Form der Wände = $\frac{2}{3}\alpha BH\sqrt{H}$

§. 152.

Ist die Oeffnung zum Theil mit einer Schütze verschlossen, z. B. von ac bis ef, so daß nur efdb zum Ausflusse offen bleibt, so findet man die Wassermasse für eine Secunde, wenn man von dem für die Höhe ab berechneten ganzen Ausflusse denjenigen für die Höhe ae abzieht.

§. 153.

An dem Ausflusse eines Sees befinde sich ein 50 Fuß breiter Ueberfall, welcher den Wasserstand immer auf 5 Fuß erhält. Weil aber hierdurch die Uferlande versumpfen, so soll der Ueberfall so viel erweitert werden, daß sich der Wasserstand bei gleichem Zuflusse auf 4 Fuß senke. Wie breit muß der Ueberfall bei unveränderter Höhe des Fachbaums gemacht werden?

Man setze die zu suchende Breite = b, so muß, da die abfließende Wassermenge in beiden Fällen dieselbe bleibt, einmal $M = 3{,}33 . 50 . 5\sqrt{5}$ und auch $= 3{,}33 . b . 4\sqrt{4}$ seyn, woraus sich

$$b = \frac{50 . 5\sqrt{5}}{4\sqrt{4}} = 69{,}8 \text{ Fuß ergiebt.}$$

Der Coefficient α ist hier = 5 angenommen und $\frac{2}{3}\alpha = 3{,}33$.

Ein See habe in jeder Sekunde 2000 Kubik=Fuß Wasser Zufluß. Wie tief wird der Fachbaum eines 60 Fuß breiten Ueberfalls unter dem horizontalen Wasserspiegel angelegt werden müssen, damit der Abfluß dem Zuflusse gleich sey.

Hier ist M = 2000, b = 60 und die zu suchende Tiefe $h - \sqrt[3]{\left(\frac{3.2000}{3{,}33.60}\right)^2}$.

§. 154.

Vom Abflusse und der Aufstauung des Wassers in Flüssen durch Ueberfälle und Wehre.

Man unterscheidet vollkommene Ueberfälle von unvollkommenen. Bei erstern ist das Unterwasser niedriger als die Ueberlaßschwelle, bei letztern steht es höher.

Man setze, Fig. 71, daß h = ab den Wasserstand, k = bd die Höhe des Ueberfalls, β die Breite desselben, B die mittlere Breite des Flußbettes und M die Wassermenge, welche in einer Sekunde durch ein Flußprofil fließt, bezeichnet, so ist der Wasserstand bei einem vollkommenen Ueberfalle $h = \left(\frac{3\,M}{2\,\alpha\beta}\right)^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{M}{\alpha(h+k)B}\right)^2$

Für Ueberfälle ohne Flügelwände gilt $\alpha = 5$, mit Flügelwänden, oder wenn $B = \beta$ ist, muß $\alpha = 6{,}76$ angenommen werden.

§. 155.

In einem 100 Fuß breiten und 4 Fuß tiefen Flusse, welcher in jeder Sekunde 1400 Kubikfuß Wasser abführt, soll ein vollkommener Ueberfall 5 Fuß hoch und 80 Fuß breit erbaut werden. Wie

viel wird die Höhe des Oberwassers über dem Ueberfalle betragen, wenn keine Flügelwände angebracht sind.

Hier ist $\beta = 80$, $B = 100$, $k = 5$ Fuß und $M = 1400$ Kubikfuß, daher

$$h = \left(\frac{3 \,.\, 1400}{10 \,.\, 80}\right)^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{0{,}2 \,.\, 1400}{100\,(5 + h)}\right)^{2}; \text{ nun ist}$$

$$\left(\frac{3 \,.\, 1400}{10 \,.\, 80}\right)^{\frac{2}{3}} = 3{,}021.$$

Setzt man daher $h = 3$, was ohne merklichen Fehler geschehen kann, so findet man das letzte Glied der Gleichung $= 0{,}122$, folglich die gesuchte Höhe $h = 3{,}021 - 0{,}122 = 2{,}899$ Fuß.

§. 156.

Bei einem unvollkommenen Ueberfalle, Fig. 72, sey ke die Stauhöhe, und die Entfernung, bis zu welcher sich die Anschwellung erstreckt, die man die Stauweite nennt, sey ak. Zieht man zur bogenförmigen Oberfläche des Aufstaues in k die Tangente kh bis an den ursprünglichen Wasserspiegel des Flusses bei h, und hm horizontal, so ist die Stauweite nach Buats Hydraulik $= \frac{19}{10}\, hm$, oder beinahe das Doppelte derjenigen horizontalen Linie, welche vom höchsten Punkte des Wasserstandes bis zum ursprünglichen Wasserspiegel gezogen wird.

Bezeichnet $H =$ die Stauhöhe $= ke$, α das ursprüngliche Gefälle des Flusses und α' das Gefälle im höchsten Punkte bei k, beides auf irgend eine gleiche Länge $= \lambda$, so ist die entsprechende

$$\text{Stauweite} = \frac{19}{10}\,\frac{H\lambda}{\alpha - \alpha'}$$

§. 157.

Setzt man die Breite eines Flusses vor Errichtung einer Brücke mit Pfeilern $= B$, dessen Tiefe $= h$, ferner die Breite der Abflußöffnungen zwischen den Widerlagen und Pfeilern $= b$, die mittlere Geschwindigkeit des Wasser für die Breite $B = c$ und die Höhe, um welche sich der Wasserstand nach dem Einbau der Brücke vermehrt $= H$, so ist für Pfeiler mit spitzen Vordertheilen

$$H = 0{,}0176\ c^2\ [(\frac{B h}{b(h+H)})^2 - 1]$$

Die uneingeschränkte Breite eines Flusses B sey gleich 300 Fuß, $h = 6$ Fuß, $b = 200$ Fuß, $c = 4$, so ist

$$0{,}0176\ .\ 4^2\ (\frac{300^2}{200^2} - 1) = 0{,}352$$ ein ungefährer Werth für H und man erhält nahe genug die gesuchte Stauhöhe

$$H = 0{,}0176\ .\ 4^2\ [(\frac{300\ .\ 6}{200\ .\ 6{,}35})^2 - 1] = 0{,}283 \text{ Fuß}.$$

Bei Brückenpfeilern mit geraden Vordertheilen wird statt des Koefficienten 0,0176 die Zahl 0,0219 gesetzt.

Man sieht hieraus, daß durch beträchtliche Verengungen der Flüsse nur geringe Erhöhungen ihres Wasserstandes bewirkt werden.

§. 158.

Von der Bewegung des Wassers in Kanälen oder ganz regulären Flußbetten.

Zur Bewegung des Wassers und zur Ueberwältigung der Widerstände in einem Flußbette ist

keine andere beständig wirkende Kraft vorhanden, als die Schwere, welche jeden bewegten Körper, dessen Richtung gegen den Horizont geneigt ist, beschleuniget. Stellt man sich vor, daß sich das Wasser in einem Flußbette wie auf einer geneigten Ebene herabbewegt, so müßte dasselbe, wenn die Adhäsion an die Wände nicht so bedeutend wirkte, eine beschleunigte Bewegung annehmen und immer schneller fließen, je länger die Bewegung dauert. Die Erfahrung lehrt aber, daß die Geschwindigkeit der Flüsse größtentheils nach dem Meere hin abnimmt, woraus folgt, daß die beschleunigende Kraft, welche aus dem Abhange der Oberfläche des Wassers entspringt, von dem Widerstande im Bette aufgezehrt wird, weßwegen die Bewegung des Wassers auch ziemlich gleichförmig bleibt. Die Verzögerung des Wassers steht übrigens mit den Wänden des Flußbettes in einem geraden Verhältnisse, denn mit der Vergrößerung der Profilwände wächst auch gleichförmig der Widerstand. Es verhalten sich auch die Widerstände wie die Quadrate der Geschwindigkeiten, aber umgekehrt wie die Querschnitte.

Bei breiten Strömen verhalten sich die mittleren Geschwindigkeiten bei verschiedenen Anschwellungen beinahe wie die Quadratwurzeln aus den mittleren Wassertiefen.

Bezeichnen für zwei verschiedene reguläre Flußstrecken C c die mittleren Geschwindigkeiten, S s die Flächen der Querprofile, P p die Umfänge dieser Profile, A α die Gefälle und L λ die Längen, auf welche die Bewegung der Gewässer gleichförmig statt findet, so ist $c = C\sqrt{\left(\frac{P\,.\,L}{S\,.\,A}\right)}\,.\,\sqrt{\left(\frac{s\,\alpha}{p\,\lambda}\right)}$.

Nun ist aus 36 Buat'schen Beobachtungen die Mittelzahl 90,9 = C $\sqrt{(\frac{P\ L}{S\ A})}$, wenn alle Größen sich auf rheinländisches zwölftheiliges Fußmaß beziehen, demnach c = 90,9 $\sqrt{(\frac{s\,\alpha}{p\,\lambda})}$ in jedem ganz regulären Flußbette.

Die Gestalt, welche man einem Kanale giebt, ist nicht gleichgültig; da die Kreisfläche den kleinsten Umfang unter allen Flächen hat, so wäre eigentlich die Halbkreisform die beste: allein sie ist schwer herzustellen und zu erhalten, daher wählt man entweder ein halbes Quadrat a b c d, oder ein Trapez e f g h nach Fig. 73. Beide haben einerlei Inhalt.

Setzt man die Höhe eines solchen rechtwinklichten Profils = e, das Gefälle des Kanals auf eine gewisse Länge $\lambda = \alpha$, seine Breite = 2 e, so ist der Umfang = 4 e, der Inhalt = 2 e². Für das gleich geltende trapezförmige Profil ist
die Höhe = e, die Oberbreite = $\frac{10}{3}$ e,
die Unterbreite = $\frac{2}{3}$ e, der Umfang = 4 e, der Inhalt = 2 e² und für dergleichen gleichgeltende Profile die mittlere Geschwindigkeit c = 90,9 $\sqrt{(\frac{1}{2}\,e\,\frac{\alpha}{\lambda})}$,

die Wassermenge M = 2e²c = 181,8 c² $\sqrt{(\frac{1}{2}\,e\,\frac{\alpha}{\lambda})}$

Die Höhe e = $\sqrt{\frac{M}{2c}} = \sqrt[5]{(\frac{M^2\,\lambda}{2 \cdot 90{,}9^2\,\alpha})}$

das Gefälle $\alpha = \frac{c^2\,\lambda}{4131{,}4 \cdot e}$

Für rechtwinklichte Querprofile erhält man, wenn h die Höhe und b die Breite ist: $s = b\,h$, $p = b + 2\,h$, daher für solche die mittlere Geschwindigkeit

$$c = 90,9 \sqrt{\left(\frac{b\,h}{b+2h}\,\frac{\alpha}{\lambda}\right)}$$

die Breite des Profils

$$b = \frac{h\,c^2}{4131,4.\; b\,\frac{\alpha}{\lambda} - \frac{1}{2}\,c^2}$$

die Höhe des Profils

$$h = \frac{b\,c^2}{8262,8.\; b\,\frac{\alpha}{\lambda} - 2\,c^2}$$

das Gefälle

$$\alpha = \frac{c^2\,(b+2h)\,\lambda}{8262,8.\; b\,h} = \frac{c^2\,p\,\lambda}{8262,8.\; s} = 0,000121\,\frac{c^2\,p\,\lambda}{s}$$

die Länge, welche zum Gefälle α gehört,

$$\lambda = \frac{8262,8.\; b\,h\,\alpha}{c^2\,(b+2h)} = \frac{8262,8.\; s.\; \alpha}{c^2\,p}$$

Sehr verschieden von der mittlern Geschwindigkeit in einem Querprofile ist diejenige, welche in irgend einer vertikalen Tiefe desselben von der Oberfläche des Wassers bis auf das Grundbett statt findet, nämlich bloß in einer Linie. Herr Eytelwein hat in seinen Zusätzen zur Buatschen Hydraulik folgende aus vielen Versuchen abgeleitete Regel hierüber mitgetheilt.

Wenn c die Geschwindigkeit des Wassers in der Oberfläche, h die dazu gehörige vertikale Wassertiefe und v die mittlere Geschwindigkeit in dieser

Tiefe bezeichnet, so kann man annehmen, daß die Geschwindigkeit des Wassers auf jeden Fuß Tiefe um einen Theil = 0,008 c abnehme, und somit auf die ganze Tiefe von h Fuß um 0,008 . c . h geringer und am Grundbette = c — 0,008 c h sey.

Aus der obern und untern Geschwindigkeit findet man die mittlere

$$v = \frac{c + c - 0{,}008 \cdot c\,h}{2} = c - 0{,}004 \cdot c\,h$$

oder $v = c\,(1 - 0{,}004 \cdot h)$

Auf diese Weise kann man die mittlere Geschwindigkeit eines ganzen Flußprofils aus der gemessenen Geschwindigkeit an der Oberfläche des Flußes am verläßigsten finden. Wiederholt muß bemerkt werden, daß sich obige Formeln immer auf rheinländisches zwölftheiliges Fußmaß beziehen.

Tabelle, die Geschwindigkeit und den Stoß des Wassers zu bestimmen; nach Silberschlags Hydrotechnik I. Theil.

Geschwindigkeit in einer Sekunde.		Höhe der Wassersäule oder das Gefälle, welches diese Geschwindigkeit hervorbringt.			Stoß auf einen Quadratfuß.
Fuß.	Zoll.	Fuß.	Zoll.	Lin.	Pfd.
—	1	—	—	$\frac{1}{60}$	$\frac{4}{495}$
—	$1\frac{1}{2}$	—	—	$\frac{3}{80}$	$\frac{1}{55}$
—	2	—	—	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{31}$
—	$2\frac{1}{2}$	—	—	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{20}$
—	3	—	—	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{14}$
—	$3\frac{1}{2}$	—	—	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{12}$
—	4	—	—	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
—	$4\frac{1}{2}$	—	—	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$
—	5	—	—	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{3}$
—	$5\frac{1}{2}$	—	—	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
—	6	—	—	$\frac{7}{12}$	$\frac{2}{7}$
—	$6\frac{1}{2}$	—	—	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
—	7	—	—	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$
—	$7\frac{1}{2}$	—	—	$\frac{11}{12}$	$\frac{14}{31}$
—	8	—	—	1	$\frac{1}{2}$
—	$8\frac{1}{2}$	—	—	$1\frac{1}{6}$	$\frac{4}{7}$
—	9	—	—	$1\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$
—	$9\frac{1}{2}$	—	—	$1\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$
—	10	—	—	$1\frac{2}{8}$	$\frac{5}{6}$

Geschwindigkeit.		Gefälle.			Stoß.
Fuß.	Zoll.	Fuß.	Zoll.	Lin.	Pdf.
—	$10\frac{1}{2}$	—	—	$1\frac{5}{6}$	$\frac{11}{12}$
—	11	—	—	2	1
—	$11\frac{1}{2}$	—	—	$2\frac{1}{6}$	$1\frac{1}{12}$
1	—	—	—	$2\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{6}$
1	1	—	—	$2\frac{3}{4}$	$1\frac{3}{8}$
1	2	—	—	3	$1\frac{4}{7}$
1	3	—	—	$3\frac{3}{4}$	$1\frac{7}{20}$
1	4	—	—	$4\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{10}$
1	5	—	—	$4\frac{5}{4}$	$2\frac{1}{3}$
1	6	—	—	$5\frac{1}{3}$	$2\frac{7}{10}$
1	7	—	—	6	$2\frac{19}{21}$
1	8	—	—	$6\frac{2}{3}$	$3\frac{1}{7}$
1	9	—	—	$7\frac{1}{3}$	$3\frac{4}{7}$
1	10	—	—	8	$3\frac{19}{21}$
1	11	—	—	$8\frac{3}{4}$	$4\frac{2}{7}$
2	—	—	—	$9\frac{7}{12}$	$4\frac{2}{3}$
2	1	—	—	$10\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{12}$
2	2	—	—	11	$5\frac{1}{3}$
2	3	—	1	—	$5\frac{38}{41}$
2	4	—	1	1	$6\frac{2}{7}$
2	5	—	1	2	$6\frac{5}{6}$
2	6	—	1	3	$7\frac{13}{41}$
2	7	—	1	4	$7\frac{5}{6}$
2	8	—	1	5	$8\frac{1}{2}$
2	9	—	1	6	$8\frac{5}{6}$
2	10	—	1	7	$9\frac{5}{12}$
2	11	—	1	8	10
3	—	—	1	9	$10\frac{1}{2}$

Geschwindigkeit.		Gefälle.			Stoß.
Fuß.	Zoll.	Fuß.	Zoll.	Lin.	Pfd.
3	1	—	1	10	$11\frac{1}{8}$
3	2	—	2	—	$11\frac{3}{4}$
3	3	—	2	1	$12\frac{15}{41}$
3	4	—	2	3	13
3	5	—	2	4	$13\frac{2}{3}$
3	6	—	2	5	$14\frac{1}{7}$
3	7	—	2	7	$15\frac{1}{32}$
3	8	—	2	8	$15\frac{3}{4}$
3	9	—	2	10	$16\frac{1}{7}$
3	10	—	2	11	$17\frac{1}{7}$
3	11	—	3	—	18
4	—	—	3	2	$18\frac{3}{4}$
4	1	—	3	4	$19\frac{1}{5}$
4	2	—	3	6	$20\frac{1}{3}$
4	3	—	3	7	$21\frac{1}{7}$
4	4	—	3	9	22
4	5	—	3	10	$22\frac{17}{21}$
4	6	—	4	—	$23\frac{3}{4}$
4	7	—	4	2	$24\frac{2}{17}$
4	8	—	4	4	$25\frac{1}{2}$
4	9	—	4	6	$26\frac{5}{12}$
4	10	—	4	8	$27\frac{1}{5}$
4	11	—	4	10	$28\frac{5}{10}$
5	—	—	5	—	$29\frac{1}{4}$
5	1	—	5	2	$30\frac{1}{4}$
5	2	—	5	4	$31\frac{1}{4}$
5	3	—	5	6	$32\frac{1}{4}$
5	4	—	5	8	$33\frac{3}{10}$

Geschwindigkeit.		Gefälle.			Stoß.
Fuß.	Zoll.	Fuß.	Zoll.	Lin.	Pfd.
5	5	—	5	10	$34\frac{1}{3}$
5	6	—	6	—	$35\frac{5}{12}$
5	7	—	6	3	$36\frac{1}{2}$
5	8	—	6	5	$37\frac{4}{7}$
5	9	—	6	7	$38\frac{3}{4}$
5	10	—	6	10	$39\frac{5}{6}$
5	11	—	7	—	41
6	—	—	7	2	$42\frac{1}{7}$
6	1	—	7	5	$43\frac{1}{8}$
6	2	—	7	7	$44\frac{1}{2}$
6	3	—	7	10	$45\frac{3}{4}$
6	4	—	8	—	47
6	5	—	8	3	$48\frac{1}{5}$
6	6	—	8	5	$49\frac{7}{18}$
6	7	—	8	8	$50\frac{3}{4}$
6	8	—	8	11	$52\frac{1}{81}$
6	9	—	9	1	$53\frac{1}{7}$
6	10	—	9	4	$54\frac{3}{4}$
6	11	—	9	7	56
7	—	—	9	10	$57\frac{3}{4}$
7	1	—	10	—	$58\frac{3}{4}$
7	2	—	10	3	$60\frac{1}{8}$
7	3	—	10	6	$61\frac{1}{2}$
7	4	—	10	9	63
7	5	—	11	—	$64\frac{2}{7}$
7	6	—	11	3	$65\frac{6}{7}$
7	7	—	11	6	$67\frac{1}{2}$
7	8	—	11	9	$68\frac{5}{8}$

Geschwindigkeit.		Gefälle.			Stoß.
Fuß.	Zoll.	Fuß.	Zoll.	Lin.	Pfd.
7	9	1	—	—	$70\frac{1}{4}$
7	10	1	—	3	72
7	11	1	—	6	$73\frac{3}{8}$
8	—	1	—	9	$74\frac{3}{4}$
8	1	1	1	—	$76\frac{1}{2}$
8	2	1	1	4	$78\frac{1}{12}$
8	3	1	1	7	$79\frac{2}{5}$
8	4	1	1	11	$81\frac{1}{4}$
8	5	1	2	2	$82\frac{5}{4}$
8	6	1	2	5	$84\frac{1}{2}$
8	7	1	2	9	$86\frac{1}{3}$
8	8	1	3	—	$87\frac{2}{5}$
8	9	1	3	4	$89\frac{1}{2}$
8	10	1	3	7	$91\frac{1}{3}$
8	11	1	3	11	$93\frac{1}{12}$
9	—	1	4	2	$94\frac{2}{3}$
9	1	1	4	6	$96\frac{4}{7}$
9	2	1	4	10	$98\frac{1}{3}$
9	3	1	5	1	$100\frac{1}{6}$
9	4	1	5	5	102
9	5	1	5	9	104
9	6	1	6	—	$105\frac{2}{3}$
9	7	1	6	4	$107\frac{1}{2}$
9	8	1	6	8	$109\frac{1}{3}$
9	9	1	7	—	$111\frac{2}{7}$
9	10	1	7	4	$113\frac{1}{5}$
9	11	1	7	8	$115\frac{1}{8}$
10	—	1	8	—	117

§. 161.

Von der Bewegung des Wassers in Röhrenleitungen.

Es ist eine irrige Meinung, wenn man glaubt, Röhrenleitungen geben bei gleichen Druckhöhen und Durchmessern gleiche Wassermengen, ob sie lang oder kurz seyen, denn die Erfahrung lehrt, daß mit der Länge der Röhren auch die Widerstände an den Wänden wachsen. Eben so verhalten sich auch die Widerstände wie die Quadrate der Geschwindigkeiten, aber umgekehrt wie die Quadrate der Durchmesser der Röhren.

Wenn h die Druckhöhe, l die Röhrenlänge, d den Durchmesser bezeichnet, so ist nach Eytelweins Hydraulik die mittlere Geschwindigkeit, womit Wasser aus einer Röhrenleitung fließt, durch nachstehende Formel zu finden, wobei sich aber alle Größen auf preußisches Fußmaß beziehen, nämlich

$$c = 6{,}42 \sqrt{\left(\frac{50\,dh}{l + 50\,d}\right)}$$

Ist in einem besondern Falle die mittlere Geschwindigkeit bekannt, so erhält man die Wassermenge $M = 5{,}04\, d^2 \sqrt{\left(\frac{50\,dh}{l + 50\,d}\right)}$.

Krümmungen oder Anprallungswinkel schaden einer Wasserleitung ungemein; sind solche nicht zu vermeiden, so muß man die krummen Stücke etwas weiter machen.

Venturi hat durch Versuche gefunden, daß bei 3 Röhren von 15 Zoll Länge und 14,5 Linien

Durchmesser, wovon die erste gerade, die zweite nach einem Viertelszirkel und die dritte rechtwinklich gebogen war, bei gleicher Druckhöhe in einer Sekunde, bei No. 1, 153,6 Kubikzolle, bei No. 2, 138,2 und bei No. 3, nur 98,7 ausfloßen.

Als Hauptregeln sind bei Anlegung einer Röhrenleitung anzunehmen, daß man scharfe Ecken vermeiden und dafür große Bogen wähle, in welchen die Röhren allmählig sich erweitern, daß man bei zusammenstoßenden Röhren auf die Form des zusammengezogenen Strahls Rücksicht nehme, so wie auch bei dem Ausflusse; ferner an den höchsten Stellen durch kleine vertikale Röhren der sich sammelnden Luft einen Ausgang verschaffe, dagegen an den tiefsten Stellen besondere Behälter zur Absetzung der Unreinigkeiten anbringe, und endlich die gehörige Stärke der Röhrenwände nach Maßgabe des Druckes bemesse.

§. 160.

Die Dicke der Röhren muß im geraden Verhältnisse mit dem innern Durchmesser und der lothrechten Höhe und im umgekehrten mit der Festigkeit des Materials stehen. Aus Versuchen ist bekannt, daß eine 16 Zoll weite und $6\frac{1}{2}$ Linien dicke bleierne Röhre einen Wasserdruck von 50 Fuß Höhe aushält und eine kupferne 6 Zoll weite und $\frac{1}{2}$ Linie dicke einen Druck von 30 Fuß Höhe. Soll man nun die Stärke einer bleiernen Röhre von 12 Zoll Durchmesser für 40 Fuß Druckhöhe bestimmen, so erhält man diese durch folgende Gleichung:

$$600'' \,.\, 16'' : 480'' \,.\, 12'' = 16\tfrac{1}{2}''' : 3{,}89'''$$

Genauer erhält man das Maß für die Stärke der Röhrenwände nach folgenden Formeln. H bezeichne die Höhe des Wasserstandes über der Stelle,

für welche die erforderliche Stärke berechnet werden soll, r den innern Halbmesser der Röhre, γ das Gewicht der Einheit des Körpermaßes der Flüssigkeit und k die absolute Festigkeit des Materials.

Mit Berücksichtigung der nothwendigen Dauer gilt für Eisen $\sqrt{\frac{3 \,.\, H r^2 \gamma}{k}}$ und für Holz $\sqrt{\frac{9 H r^2 \gamma}{k}}$.

Es geht hieraus hervor, daß man bei bedeutenden Röhrenleitungen von großen Druckhöhen viel an Material ersparen kann, wenn man die Dicke der Röhrenwände nach oben im Verhältnisse zum Drucke abnehmen läßt.

§. 161.

Von den Saugpumpen.

Wenn man eine ungefähr 3 Fuß lange an einem Ende zugeschmolzene Glasröhre mit Quecksilber füllt und mit dem offenen Ende in ein mit Quecksilber gefülltes Gefäß taucht, so wird die Röhre sich nur bis auf 28 rheinländische Zolle leeren, bei dieser Höhe aber die Quecksilbersäule über der Fläche im Gefäße stehen bleiben. Hieraus kann man schließen, daß die gewöhnliche atmosphärische Luft die Körper auf der Erdoberfläche so stark drückt, als eine Quecksilbersäule von 28 Zoll Höhe.

Da nun diese mit einer Wassersäule von 32 rheinländischen Fußen im Gleichgewichte steht, so kann man den Druck der Atmosphäre auf einen Quadratfuß rheinländisch zu 2110 berliner Pfund und auf einen Quadratfuß bayrischen Maßes auf 1318 . 68 bayrische Pfunde rechnen. Ist die Saug-

röhre an einer Pumpe länger als 32 Fuß, so kann das Wasser nicht mehr steigen, daher man in der Ausübung den höchsten Stand des Kolbens nie größer, als 28 bis 29 Fuß annimmt.

Die Wassermenge, die eine gute Pumpe liefert, ist genau dem Raume gleich, den der Kolben bei jedem Zuge durchlauft.

Soll mit gleicher Kraft Wasser auf verschiedene Höhen gehoben werden, so muß sich die Menge desselben im umgekehrten Verhältnisse der zunehmenden Höhe vermindern.

Nach Ferguson kann ein Mann von gewöhnlicher Stärke in einer Minute 188,840 Kubik-Zolle Wasser 1 Fuß hoch pumpen, er wird also in derselben Zeit nur 18,884 Kub. Zoll 10 Fuß hoch fördern können. Die zweckmäßigsten Verhältnisse sind, wenn sich die Durchmesser der Stiefel umgekehrt wie die Quadratwurzeln der Höhen, oder gerade wie die Quadratwurzeln der Wassermengen verhalten, die in derselben Zeit zu liefern sind.

Wenn das Wasser nur 10 Fuß hoch zu heben ist, so wird bei einer Höhe des Hubs von 6½ Zoll ein Kolbendurchmesser von 6,93 Zoll passen, soll es aber 4 mal höher gehoben werden, so wird der Durchmesser nur 3,46 Zoll betragen dürfen und so für 90 Fuß nur 2,31 Zoll. Die zum Treiben einer Pumpe erforderliche Kraft berechnet sich zunächst aus dem Gewichte des in einer Minute zu liefernden Wasserquantums und der Höhe, zu welcher es gehoben werden muß. Für die zu überwindende Reibung ist indessen noch $\frac{1}{5}$ der Last in Rechnung zu bringen. Man nimmt die kleinste Geschwindigkeit des Kolbens nicht gern unter $\frac{1}{3}$ und die größte nicht über 2½ Fuß in einer Sekunde an.

§. 162.

Die Last, welche ein Kolben bei einem Druckwerke zu heben hat, wird durch das Gewicht einer Wassersäule berechnet, welche den Abstand der Ausflußöffnung des Steigrohrs vom Unterwasser zur Höhe und die Grundfläche des Kolbens zur Basis hat. Es gilt hier die Regel vom aufwärts wirkenden Drucke in kommunicirenden Röhren. Indessen ist noch die Reibung des Kolbens an dem Stiefel und der Widerstand, den das Wasser bei dem Durchgange durch die Ventille und in der Röhrenleitung erleidet, in Rechnung zu bringen.

Bei einem doppelten Druckwerke wirkt die fortwährend erforderliche Kraft auf beide Kolben und gewöhnlich durch zwei Gurgelröhren auf die Wassersäule in einem Steigrohre. Es sey bei einem einfachen Druckwerke M′ die Wassermenge, welche während der Zeit eines Kolbenspiels gehoben wird, A der Querschnitt des Stiefels, b die Höhe des Kolbenhubs und w die Geschwindigkeit des Kolbens, so ist $M' = A\,b$ und wenn während einer Minute die Wassermenge M ausgegossen wird und die Anzahl der Kolbenzüge in dieser Zeit $= m$ ist, so verhält sich $M' : M = 1 : m$ also $M = m\,M'$ oder $M = m\,A\,b$. Ferner verhält sich die Zeit eines Kolbenspiels, nämlich des Auf und Niedergangs zusammen $t : 60 = 1 : m$, daher $m = \frac{60}{t}$ oder

$$M = \frac{60}{1}\,A\,b = \frac{2b}{t}\,30\,A \text{ und } t = \frac{2b}{t},$$ folglich

findet man die Wassermenge für jede Minute bei dem einfachen Druckwerke $M = 30\,w\,A$ und bei dem doppelten $M = 60\,w\,A$.

§. 163.

Um bei den Druckwerken ein gleichförmiges Fortströmen des Wassers zu bewirken, verbindet man mit den Stiefeln sogenannte Windkessel, in welchen bei dem Eindringen des Wassers die Luft zusammengepreßt wird. Dieses ist besonders bei Feuerspritzen nöthig. Wenn der Windkessel auf $\frac{2}{3}$ seines Inhalts mit Wasser gefüllt ist, so nimmt die Luft davon nur noch $\frac{1}{3}$ ein. Dann ist die Federkraft derselben drei Mal so groß, als die der äußern Luft und die erstere treibt das Wasser mit dem doppelten atmosphärischen Drucke fort und erhebt es auf eine Höhe von 62 bis 64 Fuß. Sind $\frac{3}{4}$ des Windkessels mit Wasser gefüllt, so ist die Luft in den vierten Theil des Raumes zusammengepreßt und treibt daher das Wasser mit dem dreifachen atmosphärischen Drucke fort, und erhebt es somit bis auf 96 bis 99 Fuß.

Nachstehende Tabelle gibt dieses für mehrere Höhen an.

Höhe		Federkraft der Luft in Atmosphären.
des Wassers im Windkessel.	des springenden Strahles.	
$\frac{1}{2}$	33	2
$\frac{2}{3}$	66	3
$\frac{3}{4}$	99	4
$\frac{4}{5}$	132	5
$\frac{5}{6}$	165	6
$\frac{6}{7}$	198	7
$\frac{7}{8}$	231	8
$\frac{8}{9}$	264	9
$\frac{9}{10}$	297	10

Unter gleichen Umständen geht der Strahl durch Oeffnungen in einer dünnen Platte höher, als durch blosse kurze cylindrische Ansatzröhren.

Bei einer konischen Sprungöffnung von 5 Zoll 10 Linien Länge, die oben 4 und unten 9 Linien weit war, fand Herr Bossut unter einer Druckhöhe von 11 Fuß die Strahlhöhe 9 Fuß $6\frac{1}{3}$ Zoll, da hingegen war diese Höhe bei einer 4 Linien weiten Oeffnung in einer dünnen Platte 10 Fuß $5\frac{5}{6}$ Zoll und bei einer 4 Linien weiten und 5 Zoll 10 Linien hohen Röhre nur 7 Fuß $3\frac{1}{2}$ Zoll, so daß der Strahl seine größte Höhe bei einer Oeffnung in einer dünnen Platte und seine geringste in einer cylindrischen Röhre erreichte, welches auch mit Mariottes Beobachtungen übereinstimmt.

§. 164.

Von den Wasserrädern.

Es gibt zwei Hauptarten von Wasserrädern, oberschlächtige und unterschlächtige. Jene setzt hauptsächlich das Gewicht, diese der Stoß des Wassers in Bewegung. Man täuscht sich, wenn man glaubt, daß der Nutzeffekt eines Wasserrades der absoluten Kraft des Wassers gleich komme, gewöhnlich beträgt er bei oberschlächtigen $\frac{2}{3}$ und bei unterschlächtigen nur $\frac{1}{3}$ jener Kraft.

Aus Smeatons Versuchen ergaben sich folgende Erfahrungssätze.

Die Wasserkraft verhält sich zum Nutzeffekt, nämlich zum Produkte aus der gehobenen Last mit der Geschwindigkeit, wie 10 zu 3, die äußersten Grenzen sind 10: 3,2 und 10: 2, 8. Das beste Verhältniß der Geschwindigkeit des Wassers zu der des Rades ist nach Bossut im Allgemeinen ungefähr

5: 2 nach Eytelwein 4: 2, wenn das mechanische Moment am größten werden soll. Der senkrechte Stoß gegen die Schaufeln eines unterschlächtigen Rades in einem Schußgerinne ist beinahe doppelt so groß als die Gewalt, welche die Schaufelfläche eben so tief eingetaucht im unbegrenzten Strome leiden würde.

Bei gleich tiefer Eintauchung gleich großer Räder ist der Effekt um so größer, je mehr Schaufeln das Rad hat. Bei unterschlächtigen Rädern leisten 48 den größten Effekt.

Nach Bossut Versuchen ist es für kleine Räder am besten, wenn der eingetauchte Bogen des äußern Umfangs 24° 54' enthält. Bei großen Rädern, z. B. bei solchen von 20 bis 24 Fuß Durchmesser kann man den eingetauchten Bogen bis auf 25 bis 30° vergrößern.

Wenn P den hydraulischen Druck, v die Geschwindigkeit des Schwerpunkts der eingetauchten Schaufel, H das ganze Gefälle M die an die Schaufel anschlagende Wassermenge, γ das Gewicht eines Kubikfußes Wasser und d die Höhe des wasserhaltenden Bogens im Kropfe ist, so erhält man das mechanische Moment eines Rades im geraden Gerinne $P\,v = \frac{1}{2}\,H.\ M\gamma$, desselben im Kropfgerinne $P\,v = (\frac{1}{2}\,H + \frac{1}{2}\,d)\ M\,\gamma$. Letzteres ist also um $\frac{1}{2}$ d. $M\gamma$ größer als ersteres.

§. 265.

Banks-Versuche lieferten folgende Resultate. Unter übrigens gleichen Umständen, bei unverändertem Wasserstande bewirkte der bloße Stoß des Wassers an die untersten Schaufeln wie im geraden Gerinne 8,2 Umläufe des Rades in der Mi-

nute. Fiel das Wasser nahe am Ende des wagrechten Raddurchmessers auf die Schaufeln, so erfolgten 15,19 Umläufe, fiel dieselbe Wassermenge 45 Grade vom Scheitel des Rades auf, so ergaben sich 17,26 Umläufe, und gleich auf den Scheitel geleitet, wie bei einem oberschlächtigen Rade bewirkte das Gewicht des Wassers 18,46 Umläufe in der Minute; das Verhältniß war also 100: 185: 210: 225.

§. 166.

Hängen zwei Räder in einem horizontalen Gerinne hintereinander, so können sie nicht mit gleicher Geschwindigkeit umgehen, weil das vom ersten Rade abfließende Wasser das zweite mit einer kleinern Geschwindigkeit trifft. Nach Eytelwein wird erfordert zur Hervorbringung des größten Effekts bei dem zweiten Rade, daß die Geschwindigkeit des ersten $\frac{4}{5}$ von der des Wassers und die Geschwindigkeit des zweiten Rades halb so groß, als die des ersten sey. Bei zwei hintereinander liegenden Rädern ist aber der Effekt merklich größer, als wenn sie neben einander angeordnet, oder in eines verwandelt werden und zwar um $\frac{7}{50}$ h M γ.

Es wird hierauf aber selten Rücksicht genommen, weil bei einem Rade die Maschine einfacher werden kann.

§. 167.

Die Größe des Nutzeffektes, welchen ein oberschlächtiges Rad zu leisten vermag, hängt von seiner Größe, dem Stoße und der Menge des Wassers, welche es in seinen Zellen aufnehmen kann, ab. Nimmt man an, daß der wasserhaltende Bo-

gen a d b Fig. 74, gefüllt ist, so wird das Gewicht desselben das Rad eben so zu drehen streben, als wenn am Ende des Halbmessers c d ein vertikales Wasserprisma e f angebracht wäre, dessen Querschnitt dem des wasserhaltenden Bogens und dessen Höhe der vertikalen Höhe des Bogens gleich ist.

Ist H die Höhe des Bogens, F der Querschnitt des Prismas und r der Halbmesser c d, so erhält man das statische Moment $= r. F H. \gamma$.

Auf den Effekt des Stosses, mit welchem das Wasser auffällt, ist kein großer Werth zu legen, weil er in allzuschiefer Richtung auf die Schaufeln trifft.

Nach Smeaton Versuchen ergiebt sich, daß bei übrigens gleichen Verhältnissen zu einem gleichen Effekt ein unterschlächtiges Rad um 1,4 mehr Kraft, als ein oberschlächtiges braucht, ein Kropfrad aber nur um 0,75 mehr. Das Verhältniß der nöthigen Wasserkräfte für ein oberschlächtiges, ein Kropf- und ein unterschlächtiges Rad ist daher wie 1 : 1,75 : 2,4.

§. 168.

Nachstehende Tafel von Ferguson zeigt wie mit verschiedener Wasserkraft bei ein und eben derselben Höhe des Wasserrades von 18 Fuß, gleicher Effekt erreicht werden kann.

Geschwindigkeitshöhe des aufschlagenden Wassers	Geschwindigkeit des Wassers in der Sekunde	Geschwindigkeit des Rades in der Sekunde	Anzahl der Umgänge des Rades in einer Minute	Anzahl der Zähne	Anzahl der Stäbe	Umgänge des Mühlsteins in einer Minute
1	8,02	2,67	2,83	127	6	59,91
2	11,40	3,78	4,00	105	7	60,00
3	13,89	4,63	4,91	98	8	60,14
4	16,04	5.35	5,67	95	9	59,87
5	17,93	5,98	6,34	85	9	59,84
6	19,64	6,55	6,94	78	9	60,10
7	21,21	7,07	7,50	75	9	60,00
8	22,68	7,56	8,02	72	9	59,67
9	24,05	8,02	8,51	70	10	59,57
10	25,35	8,45	8,97	67	10	60,09
11	26,59	8,86	9,40	64	10	60,16
12	27,77	9,26	9,82	61	10	59,90
13	28,91	9,64	10,22	59	10	60,18
14	30,00	10,00	10,60	57	10	59,36
15	31,05	10,35	10,99	55	10	60,48
16	32,07	10,69	11,34	53	10	60,10
17	33,06	11,02	11,70	51	10	59,67
18	34,02	11,34	12,02	50	10	60,10
19	34,95	11,65	12,37	49	10	60,61
20	35,86	11,92	12,68	47	10	59,59

§. 169.

Nach Fenwicks mit großer Genauigkeit ausgemittelten Versuchen ergeben sich folgende Verhältnisse der nöthigen Wasserkraft bei verschiedenen Durchmessern oberschlächtiger Räder für einen bestimmten Effekt.

Die Mühlsteine, welche in der Minute 90 bis 100 Umgänge machten, hatten $4\frac{1}{2}$ bis 5 Fuß Durchmesser. Ein Boll hält 4 Kubik-Fuß 292 Kubik-Zoll par. Maß, eine Gallone Biermaß 282 Kubik-Zoll.

In jeder Stunde werden au Getraide gemahlen		Durchmesser der Wasserräder in englischen Fußen								
		10	11	12	13	14	15	16	17	18
Zolls	bayr. Metzen	Wasserbedarf in Gallonen (Biermaß)								
1	3,81	786	705	655	606	564	535	491	458	440
2	7,43	1341	1188	1091	1009	927	894	811	770	730
3	11,62	1894	1723	1576	1458	1353	1290	1176	1117	1054
4	15,24	2541	2306	2117	1952	1811	1717	1582	1482	1400
5	19,05	3242	2944	2700	2494	2306	2211	2023	1906	1800

Volls	bayr. Metzen	Durchmesser der Wasserräder in englischen Fußen: 19	20	21	22	24	26	28	30	32
In jeder Stunde werden an Getraide gemahlen		Wasserbedarf in Gallonen (Biermaß)								
1	3,81	411	39	370	350	327	303	282	267	245
2	7,62	690	675	935	594	545	504	463	447	406
3	11,43	1000	945	900	860	788	730	676	645	588
4	15,24	1330	1270	1212	1153	1055	975	905	858	791
5	19,05	1707	1623	1547	1472	1350	1247	1153	1106	1012

Will man diese Tafel auf Mühlen mit unterschlächtigen oder Kropfrädern anwenden, so ist zu bemerken, daß sich die für unterschlächtige Räder erforderliche Kraft zu der an oberschlächtigen für gleiche Effekte, wie 2,4 : 1 und bei Kropfrädern zu oberschlächtigen wie 1,75 : 1 verhält.

§. 170.

Eine genaue Kenntniß des Widerstandes, welchen feste Körper von verschiedenen Formen bei ihrer Bewegung im Wasser, oder feststehend durch die Kraft des fließenden Wassers leiden, ist für die Bauart der Schiffe sowohl, als für Wasserbauten mancher Art z. B. für Brückenpfeiler, Separationswerke u. a. m. von großer Wichtigkeit.

Nachstehende Zusammenstellung genauer Versuche ist aus Gregorys Mechanik entnommen.

		Geschwindigkeit des Wassers in englischen Fußen.					
		1	2	3	4	5	6
für Fig. 75 vollständig	Widerstand in Pfunden avoir du poids.	0,251	0,998	2,200	3,817	5,813	8,153
„ „ 75 ohne H		0,373	1,490	3,310	5,793	8,899	12,594
„ „ 76 vollständig		0,236	0,976	2,214	3,935	6,113	8,747
„ „ 76 ohne H		0,397	1,584	3,512	6,136	9,415	15,312
„ „ 77 vollständig		0,214	0,882	1,988	3,514	5,437	7,741
„ „ 78 „		0,241	0,996	2,259	4,017	6,247	8,939
„ „ 75 ohne V		0,906	3,621	8,089	14,252	22,057	31,466
„ „ 77 ohne V		0,932	3,708	8,258	14,517	22,430	31,945
„ „ 79 vollständig		0,452	1,792	3,961	6,908	10,582	14,944
„ „ 80 vollständig		9,276	1,143	2,596	4,620	7,194	10,504

		Geschwindigkeit des Wassers in englischen Fußen.					
		7	8	9	10	11	12
für Fig. 75 vollständig	Widerstand in Pfunden avoir du poids.	10,811	13,756	16,959	20,400	24,060	27,890
= = 75 ohne H		16,843	21,619	26,891	32,640	38,830	45,424
= = 76 vollständig		11,805	15,275	19,140	23,397	28,010	32,980
= = 76 ohne H		17,794	22,826	28,378	34,430	40,940	47,900
= = 77 vollständig		10,402	13,406	16,734	20,371	24,300	28,50
= = 78 =		12,071	15,625	19,590	23,953	28,700	33,80
= = 75 ohne V		42,429	54,908	68,870	84,280	101,10	119,29
= = 77 ohne V		43,020	55,610	69,690	85,160	102,07	120,48
= = 79 vollständig		19,954	25,574	31,770	38,510	45,78	53,53
= = 80 =		13,930	18,059	22,670	27,760	33,30	39,27

Ein Mitglied der kgl. Societät Oberst Beaufoy hat diese Versuche mit Gefäßen von verschiedenen Grundflächen nach den Formen Fig. 75 bis Fig. 80, welche übrigens prismatisch gestaltet waren, und zerlegt werden konnten, angestellt.

Die Seiten a b waren = 3 Fuß, b c = 1 Fuß c d = $4\frac{1}{2}$ Fuß und b e = 1 Fuß. Die Vordertheile, nämlich die dem Widerstande des Wassers entgegengestellten, sind mit V bezeichnet, die Hintertheile mit H. Vergleicht man diese Körper miteinander, so findet sich, daß verschiedene Zusammenstellungen der einzelnen Theile vorgenommen wurden, woraus sich ergiebt, daß der Widerstand um so kleiner ist, je spitziger der Winkel der Grundfläche desjenigen Theils eines Körpers ist, der dem Strome entgegengestellt ist. Auch sind alle schnell schwimmende Fische, z. B. die Raubfische mit spitzigern Köpfen versehen, als andere, was für die Richtigkeit der Ergebnisse dieser Versuche spricht.

XXIII. Capitel.

Von verschiedenen Geschwindigkeiten.

§. 171.

Von der Geschwindigkeit und Gewalt des Windes.

Versuche lieferten folgende Resultate.

Verschiedenheit des Windes.	Geschwindigkeit in einer Secunde.	Druck auf einen Quadratschuh.
Bei mäßiger Stärke	14,67 Fuß	0,492 Pfund
Starker Wind .	27,34 „	1,968 „
Sturm	58,68 „	7,873 „
Orkan	117 bis 146	31 bis 49.

Die Kraft des Windes gegen 1 Quadratschuh einer unbeweglichen Fläche findet sich übrigens nach Woltmans Versuchen $= \frac{g^2}{3h}$ P, wenn g die Geschwindigkeit des Windes in einer Secunde, P das Gewicht von 1 Cubik-Fuß Luft und h die Fallhöhe eines Körpers in einer Secunde ausdrückt. Weicht die Fläche mit einer Geschwindigkeit = v, so ist der senkrechte Druck $= \frac{g^2 - gv}{3h}$ P.

§. 172.

Von der Geschwindigkeit des Schalls.

Die Luft pflanzt bei einer Temperatur von

14° R. den Schall in einer Sekunde ungefähr auf eine Meile von 1048 par. Fuß fort, und 1° R. vermehrt oder vermindert die Geschwindigkeit um etwa 2 Fuß. Die Zurückwerfung der Schallstrahlen von harten Körpern geschieht nach den gewöhnlichen Gesetzen der Reflexion, nach welchen der Strahl in der Zurückwerfungs-Ebene bleibt und unter denselben Winkel zurückgeworfen wird, unter welchen er auf die Fläche des harten Körpers einfällt, auch behält er seine gleiche Geschwindigkeit bei vollkommen elastischen Körpern.

§. 173.

Von der Geschwindigkeit des fließenden Wassers.

Der Reichenbach'sche Stromgeschwindigkeits-Messer, ist eine sinnreiche Anwendung des Princips der Pitot'schen Röhren, mittelst deren man durch den Stoß des fließenden Wassers dessen Geschwindigkeit auf eine möglichst genaue Weise bestimmen kann. Dieser Strommesser besteht aus zwei an einem Stabe eingelassenen Glasröhren, welche an ihrem untern Ende mit drei Trichtern in Verbindung stehen, von denen der mittlere mit einer Röhre verbunden, bei der Eintauchung des Instruments gegen den Strom gerichtet seyn muß, während der Stab mit den Röhren senkrecht gehalten wird. In dieser Röhre steigt das Wasser proportional mit dem Stoße, nämlich mit der Geschwindigkeit auf. Die zweite Röhre ist seitwärts mit zwei Trichtern vrrbunden, durch welche das Wasser, je nach der Tiefe der Einsenkung des Instruments nur bis znr Oberfläche des rnhigen Stroms sich erhebt.

Beide Röhren können zu gleicher Zeit vermittelst eines an einem Hahn angebrachten Drahtes an ihrem untern Ende geschlossen werden. Der Durchschnitt des Stabes, in dessen Mitte die beiden Glasröhren mit einer Scala von einigen Fußen, nach dem Decimalmaße eingetheilt, eingelassen sind, muß dem Durchschnitte einer Linse ähnlich seyn, damit bei dem Eintauchen des Instruments keine die Genauigkeit der Messung vereitelnde Aufstauung entstehe.

Nachstehende Tabellen enthalten die entsprechenden Geschwindigkeiten in einer Secunde für den sich zeigenden Unterschied des Wasserstandes in den beiden Röhren. Sie ist nach der bekannten Formel §. 50. $c — 2 \sqrt{g h}$ berechnet.

Zu bemerken ist noch, daß der Gebrauch dieses Instruments dadurch sehr erleichtert wird, wenn man es an einem bis auf den Grund des Flußbetts reichenden Stab verschiebbar macht, denn bei bedeutenden Geschwindigkeiten ist es nicht möglich dasselbe mit freier Hand im Strome senkrecht zu erhalten.

Tafel zur Berechnung der Strom-Geschwindigkeiten mit dem Reichenbach'schen Strom-Messer.

Höhen Unterschied in den Glasröhren.	Entsprechende Geschwindigkeit des Stroms.
Bayr. Fuß.	Bayr. Fuß.
0,005	0,5794
0,010	0,8194
0,015	1,0026
0,020	1,1589
0,025	1,2956
0,030	1,4193
0,035	1,5330
0,040	1,6389
0,045	1,7383
0,050	1,8324
0,055	1,9218
0,060	2,0072
0,065	2,0892
0,070	2,1682
0,075	2,2442
0,080	2,3177
0,085	2,3891
0,090	2,4583
0,095	2,5257
0,100	2,5913

Höhen Unterschied in den Glasröhren.	Entsprechende Geschwindigkeit des Stroms.	Höhen Unterschied in der Glasröhren.	Entsprechende Geschwindigkeit des Stroms.
Bayr. Fuß.	Bayr. Fuß	Bayr. Fuß.	Bayr. Fuß.
0,110	2,7178	0,310	4,5626
0,120	2,8387	0,320	4,6355
0 130	2,9546	0,330	4,7073
0,140	3,0661	0,340	4,7782
0,150	3,1773	0,350	4,8479
0,160	3,2778	0,360	4,9167
0,170	3,3787	0,370	4,9845
0,180	3,4766	0,380	5,0514
0,190	3,5719	0,390	5,1175
0,200	3,6647	0,400	5,1827
0,210	3,7537	0,410	5,2470
0,220	3,8436	0,420	5,3106
0,230	3,9299	0,430	5,3735
0,240	4,0144	0,440	5,4356
0,250	4,0973	0,450	5,4970
9,260	4,1784	0,460	5,5578
0,270	4,2580	0,470	5,6179
0,280	4,3362	0,480	5,6773
0,290	4,4129	0,490	5,7362
0,300	4,4884	0,500	5,7944

Höhen Unterschied in den Glasröhren.	Entsprechende Geschwindigkeit des Stroms.	Höhen Unterschied in den Glasröhren.	Entsprechende Geschwindigkeit des Stroms.
Bayr. Fuß.	Bayr. Fuß.	Bayr. Fuß.	Bayr. Fuß.
0,510	5,8520	0,710	6,9048
0,520	5,9228	0,720	6,9532
0,530	5,9657	0,730	7,0014
0,540	6,0217	0,740	7,0491
0,550	6,0772	0,750	7,0966
0,560	6,1322	0,760	7,1273
0,570	6,1867	0,770	7,1906
0,580	6,2407	0,780	7,2371
0,590	6,2943	0,790	7,2834
0,600	6,3474	0,800	7,3293
0,610	6,4001	0,810	7,3750
0,620	6,4523	0,820	7,4204
0,630	6,5042	0,830	7,4656
0,640	6,5549	0,840	7,5104
0,650	6,6066	0,850	7,5550
0,660	6,6572	0,860	7,5993
0,670	6,7074	0,870	7,6433
0,680	6,7573	0,880	7,6872
0,690	6,8068	0,890	7,7306
0,700	6,8550	0,900	7,7740

Höhen Unterschied in den Glasröhren.	Entsprechende Geschwindigkeit des Stroms.	Höhen Unterschied in den Glasröhren.	Entsprechende Geschwindigkeit des Stroms.
Bayr. Fuß.	Bayr. Fuß.	Bayr. Fuß.	Bayr. Fuß.
0,910	7,8170	1,110	8,6334
0,920	7,8599	1,120	8,6723
0,930	7,9025	1,130	8,7109
0,940	7,9448	1,140	8,7493
0,950	7,9870	1,150	8,7876
0,960	8,0289	1,160	8,8257
0,970	8,0706	1,170	8,8637
0,980	8,1121	1.180	8,9015
0,990	8,1534	1,190	8,9391
1,000	8,1945	1,200	8,9766
1,010	8,2354	1,210	9,0139
1,020	8,2760	1,220	9,0511
1,030	8,3165	1,230	9,0881
1,040	9,3567	1,240	9,1250
1,050	8,3968	1,250	9,1617
1,060	8,4367	1,260	9,1983
1,070	8,4764	1,270	9,2347
1,080	8,5160	1,280	9,2710
1,090	8,5552	1,290	9,3071
1,100	8,5944	1,300	9,3432

Höhen Unterschied in den Glasröhren.	Entsprechende Geschwindigkeit des Stroms.	Höhen Unterschied in den Glasröhren.	Entsprechende Geschwindigkeit des Stroms.
Bayr. Fuß.	Bayr. Fuß.	Bayr. Fuß.	Bayr. Fuß.
1,310	9,3790	1,510	10,070
1,320	9,4147	1,520	10,103
1,330	9,4503	1,530	10,136
1,340	9,4858	1,540	10,169
1,359	9,5211	1,550	10,202
1,360	9,5564	1,560	10,235
1,370	9,5914	1,570	10,268
1,380	9,6264	1,580	10,301
1,390	9,6612	1,590	10,333
1,400	9,6958	1,600	10,365
1,410	9,7304	1,610	10,398
1,420	9,7649	1,620	10,430
1,430	9,7992	1,630	10,462
1,440	9,8334	1,640	10,494
1,450	9,8675	1,650	10,526
1,460	9,9014	1,660	10,558
1,470	9,9353	2,000	11,586
1,480	9,9690	3,000	14,192
1,490	10,003	4,000	16,388
1,500	10,036	5,000	18,321

§. 174.

Von der Geschwindigkeit des Lichts.

Das Licht pflanzt sich mit einer Geschwindigkeit fort, welche alle andere an Größe übertrifft. Es gelangt von der Sonne bis zu uns in 8 Minuten 15½ Secunden; diese Geschwindigkeit ist 10140 mal größer, als die, mit welcher die Erde um die Sonne läuft, die für die Secunde 94825 Fuß beträgt, und berechnet sich in einer Secunde auf mehr als 41750 Meilen, welches die Geschwindigkeit einer Kanonenkugel mehr als 1½ Millionenmal und die des Schalls beinahe 976000 mal übertrifft.

§. 175.

Von der Geschwindigkeit des Menschen.

Man hat Beyspiele von Wettläufern, welche eine englische Meile in 246 Secunden, in 4 Absätzen mit jedesmal 15 Minuten Zwischenruhe liefen, welches eine Geschwindigkeit von 20,1 Fuß in der Secunde gibt.

Gute Fußgänger legten in 53 Secunden 200 englische Meilen mit einer Geschwindigkeit von 5,2 Fuß zurück, auch 57,5 englische Meilen in 10 Stunden mit 7,9 Fuß Geschwindigkeit.

Ein geübter Schlittschuh-Läufer legt 36 Fuß in der Secunde zurück.

§. 176.

Von der Geschwindigkeit verschiedener Thiere.

Eine Krähe fliegt in einer Secunde 32 Fuß weit, ein Falke 71,3 Fuß, ein Adler 95,2, eine Brieftaube 95,2 bis 141 Fuß weit; ein Windhund lauft 78 Fuß weit in der Secunde, ein Rennthier vor einem Schlitten 25 Fuß, ein Postpferd 8 Fuß, ein englisches Rennpferd 41,3 bis 78 Fuß, in einer Secunde.

Ein gutes Cavalleriepferd muß mit dem Gewichte des Reiters sammt Rüstung zu 211 Pfund angeschlagen im Schritte 4,6 Fuß, im Trabe 10 und im Galoppe 20 Fuß in der Secunde zurücklegen.

Die mittlere Geschwindigkeit eines Ochsen ist 2,5 bis 3 Fuß.

Der Esel trägt eine Last von 220 Pfund des Tages 5 deutsche Meilen weit.

Der Elephant, dessen Stärke man der von 6 Pferden rechnet, denn er trägt 3000 bis 4000 Pfund, kommt in seinem gewöhnlichen Schritte so weit als ein Pferd im langsamen Trabe. Er legt des Tags mit Leichtigkeit 40 bis 50 englische Meilen zurück, man hat auch Beyspiele von 110 englische Meilen.

Ein Kamel trabt des Tags 30 englische Meilen weit mit einer Last von 6 bis 12 Zentner.

Das Dromedar kann in 24 Stunden 200 englische Meilen zurücklegen und mit Anstrengung 9 englische Meilen in einer halben Stunde.

Die Hunde der Kamtschadalen und Esquimaux laufen in 7 bis 8 Stunden des Tags 46 bis 50 englische Meilen an Schlitten, wobei sie immer noch eine Last von 150 bis 180 Pfund ziehen.

Zwei lappländische Rennthiere laufen gewöhnlich 50 bis 60 englische Meilen weit im Gallop, ja auch über 100 in einem Tage.

§. 177.

Vergleichung der Geschwindigkeit des Transports auf Eisenbahnen und den englischen Kanälen, deren Profil nur ungefähr $2\frac{1}{2}$ mal größer, als das der Schiffe ist.

Geschwindigkeit pr. Stunde in englischen Meilen.	Ein Pferd zieht eine Last auf		Bemerkung.
	Eisenbahnen	Kanälen	
	Zentner.	Zentner.	
2	200	600	Auf gut angelegten Kanälen, deren Profil 4 mal so groß, als das der Schiffe ist, zieht 1 Pferd 1500 bis 2000 Zentn.
3	$133\frac{1}{3}$	177,7	
4	100	75	
5	80	38,8	
6	$66\frac{1}{3}$	22,2	
8	25	9,4	
10	20	4,9	

Nach dieser Tabelle, welche aus C. v. Deynhausens gesammelten Bemerkungen über die Schienenwege in England entnommen ist, leistet ein Pferd bei 2 Meilen Geschwindigkeit auf Kanälen dreimal mehr als auf Eisenbahnen, bei 6 Meilen Geschwindigkeit aber gerade das Umgekehrte, weil der

Widerstand in Kanälen wie das Quadrat der Geschwindigkeit wächst.

Wenn es darauf ankommt Lasten mit einer größern Geschwindigkeit, als 2 engl. Meilen pr. Stunde fortzuschaffen, so werden Dampfwagen vorzuziehen seyn, denn ein solcher schafft 300 Zentner mit 32 bis 35 engl. Meilen Geschwindigkeit in der Stunde mit einem geringen Steinkohlenverbrauche fort und zwar auf bloßen gut erhaltenen Straßen ohne Eisenbahnen. Diese Geschwindigkeit beträgt 40 Fuß in der Secunde.

Schnell segelnde Schiffe gehen mit einer Geschwindigkeit von 14 Fuß in der Secunde bei gutem Winde. Fultons Dampffregatte mit 32 Kanonen legt 10 Fuß in der Secunde zurück, das von Mainz nach Cöln auf dem Rhein gehende Dampfschiff macht 14 Fuß in der Secunde.

Anhang.

Ausdehnung fester Körper durch die Wärme.

Laplace und Lavoisier haben gefunden, daß die Ausdehnung eines und desselben Körpers 0° bis 100° C. gleichförmig ist, d. h. daß für eine gleiche Anzahl von Wärme Graden die Länge der Stangen um einen gleichen Theil ihrer primitiven Länge zunimmt. Nach Petit und Dulong hat dieß nicht mehr statt von 0° bis 300°, wo alsdann die Zunahmen sehr beträchtlich sind, wie es folgende Tafel zeigt:

Ist die Länge der Stange = 1, so ist die Ausdehnung derselben der Länge nach

	von 0—100° C.	v. 0—200° C.	v. 0 - 300° C.
bey Platina	0,0008842	—	0,0027548
„ Glas	0,0008613	0,0018450	0,0030325
„ Eisen	0,0018210	—	0,0044053
„ Kupfer	0,0017182	—	0,0056497

		von 0—100 C.	
Stahl	nicht gehärteter	0,0010788	Nach Laplace und Lavoisier.
	gehärteter	0,0012396	Nach Laplace und Lavoisier.
Messing		0,0018667	Nach Laplace und Lavoisier.
Silber		0,0019087	Nach Laplace und Lavoisier.
Gold		0,0015136	Nach Laplace und Lavoisier.
Zinn		0,0021730	Nach Laplace und Lavoisier.
Bley		0,0028484	Nach Laplace und Lavoisier.
Zink		0,0029417	Nach Laplace und Lavoisier.
Gußeisen		0,0011100	nach Roy.

Diese Tabelle gibt die Ausdehnung nur für eine Dimension an, indessen kann man leicht diejenige des ganzen Volumens, d. h. aller drey Dimensionen finden, da dieselben ziemlich genau das Dreyfache der angegebenen ist.

Ist das primitive Vol. = V, das vergrößerte = V'', die Temperatur = t, und der Coeffizient, der in vorhergehender Tafel angezeigt und bey jedem Körper hiemit verschieden ist, = a, so ist:

$$V'' = V\,(1 + 3\,a\,t).$$

Ein hohler Körper dehnt sich gerade um so viel aus, als wenn er massiv wäre.

Lange gußeiserne Röhrenleitungen würden z. B. durch die gewöhnlichen Veränderungen der Temperatur leicht auseinander gerissen und selbst zerbrochen werden, wenn man sie nicht mit sogenannten Compensatoren versehen würde, welches eingeschliffene in einander verschiebbare Röhrenstücke sind. Große Compensatoren werden aber nur auf eine Entfernung von 300 Fuß zu einander placirt.

Bey Dampfleitungen sind die Vorsichtsmaßregeln noch nothwendiger, da diese Temperaturunterschiede ungleich größer sind.

Ausdehnung flüssiger Körper durch die Wärme.

Das Wasser ist bey etwa 3° R. am dichtesten; nach Biot (Traité I. 425) wächst das Vol. also:

bey	0°	R.	=	1,00000
„	5	„	=	0,99998
„	10	„	=	1,00044
„	15	„	=	1,00137
„	20	„	=	1,00274
„	25	„	=	1,00454
„	30	„	=	1,00675
„	35	„	=	1,00934
„	40	„	=	1,01229
„	45	„	=	1,01560
„	50	„	=	1,01922
„	55	„	=	1,02315
„	60	„	=	1,02736
„	65	„	=	1,03184
„	70	„	=	1,03655
„	75	„	=	1,04149
„	80	„	=	1,04664

Das Wasser dehnt sich also:

von 10° — 38° nur um 1 pro Ct.
„ 10° — 45° um $1\frac{1}{2}$ pro Ct.
„ 45° — 80° um 3 pro Ct.

aus; 104 Maaß kochendes Wasser geben (wenn während des Erkaltens auch nichts verdunstet) nur 100 Maß von 25°—30° R.

Ausdehnung luftförmiger Körper durch die Wärme.

Nach Gay-Lussac ist die Ausdehnung der atmosphärischen Luft (so wie aller andern Gasarten

und Dämpfe) gleichförmig und dieselbe für eine gleiche Temperaturerhöhung. Diese Ausdehnung ist für die Erhöhung von

$$1^\circ\ C = 0,00375 = \frac{1}{267}.$$

des primitiven Volumens; für die Erhöhung von

$$1^\circ R \text{ hiemit} = 0,0046875 = \frac{1}{213}$$

und für diejenige von $1^\circ\ F = 0,00208$.

Von der spezifischen Wärme der Körper.

Die Erfahrung lehrt, daß um gleiche Massen verschiedener Substanzen zu erwärmen, oder um ihre Temperatur um gleich viel Thermometergrade zu erhöhen, es einer sehr verschiedenen Wärmemenge bedarf. So z. B. braucht es eben so viel Wärme, um 1 Kil. Wasser von 0° — 3°, als um 1 Kil. Quecksilber von 0° — 100° zu erwärmen.

Die relative Wärmemenge, welche die verschiedenen Körper bey gleichem Gewichte absorbiren, damit ihre Temperatur um eine gleiche Anzahl von Graden erhöht werde, wird die spezifische Wärmemenge (capacité calorifique) genannt. Gewöhnlich wird auch hier die des Wassers zur Einheit angenommen.

Tabelle der spezifischen Wärmemengen nach Petit und Dulong.

Wasser	1,0000
Quecksilber	0,0330
Silber	0,0557
Zink	0,0927
Kupfer	0,0940
Eisen	0,1098
Wismuth	0,0288

Blei	0,0293
Gold	0,0298
Zinn	0,0514
Glas	0,1770

Unter Calorie versteht man die Wärme, welche es braucht, um die Temperatur von 1 Kil. Wasser um 1° C zu erhöhen.

100 Calorien können also die Temperatur von 1 Kil. Wasser von 0° bis 100° C oder diejenige von 100 Kil. Wasser um 1° C erhöhen.

Von dem Wärmeleitungsvermögen verschiedener Körper.

Unter dem Wärmeleitungsvermögen eines Körpers versteht man die mehr oder mindere Fähigkeit z. B. einer Eisenstange, den an einem Ende aufgenommenen Wärmestoff, die ganze Masse durch, bis zum andern Ende fortzuleiten. Man kennt noch keinem Körper, der die Wärme gar nicht leitet, und hat daher auch kein Mittel, die in einem Körper aufgehäufte Hitze dauernd zusammenzuhalten.

Die Metalle besitzen ein großes Wärmeleitungsvermögen, dem zunächst die Steine. Gebrannter Thon ist ein schlechter Wärmeleiter. Kalkmörtel ist ein noch geringerer. Glas unterscheidet sich in dieser Hinsicht wenig von den Steinen. Die Holzarten erhitzen und erkälten sich noch langsamer; die Kohle ist aber ein noch schlechterer Leiter, sowie alle lockern Substanzen. Unter Strohdächern ist es im Sommer kühler und im Winter wärmer, als unter Ziegeldächern. Eisgruben mit hölzernen Wänden halten das Eindringen der äußern Wärme ungleich länger ab, als die mit steinernen Bekleidungen. Unter Asche kann man erwärmte Speisen

weit länger warm erhalten, als in der freyen Luft. Nach neuen Versuchen von Despretz steht das Wärmeleitungsvermögen verschiedener Substanzen in folgendem Verhältniße:

Gold	1000,0
Silber	973,0
Platina	981,0
Kupfer	898,2
Eisen	374,3
Zink	363,0
Zinn	303,9
Blei	179,6
Marmor	23,6
Porzelan	12,2
Ziegel und Ofenmasse	11,4

Polirte und glänzende Gefäße von Metall halten Flüßigkeiten fast doppelt länger warm, als rauhe nnd russige; dagegen müssen Kessel rauh und schwarz seyn, wenn sie schneller heiß werden sollen. Ein Ofen von matter und dunkler Farbe ist deßwegen auch besser, als ein polirter und glänzender.

Uebergang der Körper vom festen Zustande in den flüssigen.

Damit ein Körper flüssig werde, sind immer zwei Bedingungen zu erfüllen:

1) Erhöhung seiner Temperatur;

2) Absorption von Hitze.

Wird ein Körper erhitzt, so nimmt fortwährend seine Temperatur zu, bis es anfängt zu schmelzen.

1 Kil. Wasser von 0° mit 1 Kil. Wasser von 75° C gemischt geben 2 Kil. Wasser von $37\frac{1}{2}$° 1 Kil. Wasser von 75° C mit 1 Kil. Eis von 0° gemischt geben aber nicht 2 Kil. Wasser von $37\frac{1}{2}$° sondern 2 Kil. von 0°.

Das Eis absorbirt also in seiner Transformation in Wasser alle die Wärme, welche es braucht, um 1 Kil. Wasser von 0° bis 75° zu erhöhen.

Beym Uebergange vom flüssigen Zustande in den festen hat ganz das Gegentheil statt, nämlich Verminderung der Temperatur und Wärmeentwicklung.

Schmelzgrade verschiedener Körper.

			Centrig.	Reaumur	Fahrenheit
Butter	schmilzt	bey	30°	24°	86°
Hammeltalg	"	"	$51\frac{1}{4}$	41	$124\frac{1}{4}$
gewöhnl. Talg	"	"	$33\frac{1}{3}$	$26\frac{3}{4}$	$92\frac{1}{4}$
gelbes Wachs	"	"	60	48	140
weißes Wachs	"	"	$68\frac{3}{4}$	55	$155\frac{3}{4}$
Pech	"	"	$85\frac{1}{2}$	$68\frac{1}{2}$	186
Schwefel	"	"	$113\frac{3}{4}$	91	$236\frac{3}{4}$
Phosphor	"	"	43	$34\frac{1}{2}$	110
Zinn	"	"	$206\frac{1}{4}$	165	$403\frac{1}{4}$
Blei	"	"	$282\frac{1}{2}$	226	540
Wismuth	"	"	$237\frac{1}{2}$	190	$459\frac{1}{2}$
Kupfer	"	"	2530	2024	4587
Gold	"	"	2530	2024	4587
Cobalt, Stahl, Gußeisen	"	"	9850	7975	17977
Nickel	"	"	11414	9131	20577
Messing	"	"	2100	1678	3807
Eisen	"	"	12001	9602	12637
Braunstein	"	"	12136	9708	21877
Platina	"	"	12857	10286	23177
Queckſilber	"	"	(−39°)	(−31°,2)	−41°).

Höhe der jährlichen Regenmenge unter verschiedenen Breitengraden.

Aus den Untersuchungen über Temperatur überhaupt weiß man im Allgemeinen: daß sie mit dem Quadrate des Cosinus der Breite abnimmt; mit der Ab- oder Zunahme der Temperatur aber steht die Verdünstung des Wassers im Verhältnisse, mithin ist auch die Regenmenge der Ab- oder Zunahme der geographischen Breite proportional. Dieß beweisen Versuche aus Orten, die nicht zu hoch liegen, wie folgt:

Unter der Breite von			ist die jährl. Regenmenge	
Grad	Min.		Zoll.	Linien.
14	36	Martinique, auf den Antillen	81	6
13	29	Quadaloupe	80	0
18	—	Petit-Auce, auf Domingo .	75	8
22	34	Calcutta, in Bengalen . .	75	5
29	56	Neu, Orleans in Louisiana .	59	0
40	50	Neapel in Italien	35	0
43	36	Montpellier, in Frankreich .	28	0
45	—	Turin	28	0
46	21	Astrachan, im asiat. Rußland	21	0
47	19	Dijon, in Frankreich . . .	24	2
48	56	Weissenburg, in Bayern . .	21	3
49	—	Regensburg	24	0
51	31	London	19	7
51	56	Rotterdam	19	1
52	31	Berlin	19	4
55	41	Koppenhagen	17	2
59	51	Upsala	14	5

Bayerische StaatsBibliothek

Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Panzer, C.,

Taschenbuch für Bauingenieure und gebildete Baumeister

Bd.: [1] : enthaltend die einfachsten Berechnungen der bei dem Bauwesen Anw endung findenden Linien, Fläch

München 1835

A.civ. 73 m-1/2
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10059494-2